绝密★启用前

2019年4月贵州省高等教育自学考试

抽象代数 试卷

（课程代码：02009）

（考试时间：150分钟）

答卷注意事项：

1、请考生必须在答题卡上作答。答在试卷和草稿纸上的无效。

2、第一部分为选择题。必须对应试卷上的题号使用2B铅笔将“答题卡”的相应代码涂黑。

3、第二部分为非选择题。必须按试题顺序注明大、小题号（大题号只写一次），使用0.5毫米黑色字迹签字笔作答。

4、必须在答题区内作答，超出答题区无效。

第一部分 选择题（共14分）

一、单项选择题（本大题共7小题，每小题2分，共14分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其选出并在答题卡上将相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. Q为有理数集，Q的代数运算是普通加法，以下哪个不是Q到Q的同构映射。

A. $x \to x$　　B. $x \to -2x$

C. $x \to x^2$　　D. $x \to x/2$

2. 下列哪个数与5在模9下同余。

A. 11　　B. 12

C. 13　　D. 14

3. Z_4为模4的剩余类环，Z_4的零因子为

A. [0]　　B. [1]

C. [2]　　D. [3]

4. 设$G=\{$所有的偶数$\}$，G对数的_____运算作成一个群。

A. 加法　　B. 乘法

C. 减法　　D. 除法

5. Z_5是模5的剩余类加群，则下列各式中成立的是

A. $[2]=[6]$　　B. $[2]=[7]$

C. $[2]=[8]$　　D. $[2]=[9]$

6. 设M,N是R的两个子环，则$M\cap N$仍是R的

A. 正规子群　　B. 理想

C. 子环　　D.子群

7. 已知群G的正规子群H的阶数是3，且商群G/H与Z_3同构，则

A. $|G|=8$　　B. $|G|=9$

C. $|G|=10$　　D. $|G|=11$

第二部分 非选择题（共86分）

二、填空题（本大题共7小题，每小题2分，共14分）

8. 若干个（有限或无限多个）固定事物的全体叫做一个_____。

9. 群G的两个子群的交集还是群G的_____。

10. n次对称群S_n的阶是_____。

11. 若a为有限群G中的元，且a的阶$\circ(a)=8$，则a的逆元$a^{-1}=$_____。

a^{-1}的阶$\circ(a^{-1})=$_____。

12. 模n的剩余类环Z_n是域当且仅当_____。

13. 实数集对数的_____运算作成一个域。

14. $\sqrt{3}i$在有理数域Q上的极小多项式为_____。

三、解答题（本大题共6小题，共40分）

15.（本题满分4分）Z是整数集，Z上的“$<$”关系是等价关系吗？为什么？

16.（本题满分5分）a,b,c都是群G中元，则求解群中方程$xab=c$的解。

17.（本题满分7分）已知$G=(a)$是4阶循环群。则

（1）找出 G 的全部元；
（2）找出 G 中每个元的逆元。

18.（本题满分 7 分）6 阶群的真子群的阶数可能是哪些数？为什么？

19.（本题满分 10 分）求复数 $\frac{1}{3-i}$ 在有理数域 Q 上的极小多项式。

20.（本题满分 7 分）在 Z_8 中计算乘积

$$\left([2]x^2+[5]x-[3]\right)\left([4]x^3-[3]x^2-x+[6]\right).$$

四、证明题（本大题共 5 小题，共 32 分）

21.（本题满分 6 分）设 G 是一个群， $a\in G$. 规定映射

$$\varphi:\quad a\to axa^{-1},\qquad \forall x\in G.$$

证明 φ 是 G 到 G 的一个同构映射。

22.（本题满分 6 分）证明：设 H 群 G 的子群。证明：对任意的 $g\in G$，集合

$$gHg^{-1}=\left\{ghg^{-1}\mid h\in H\right\}$$

是 G 的子群。

23.（本题满分 6 分）在有理数集 Q 中，规定关系“$\sim$”：

$$a\sim b\Leftrightarrow a-b\in Z.$$

证明：$\sim$ 是 Q 的一个等价关系。

24.（本题满分 6 分）证明：除环和域没有零因子。

25. （本题满分 8 分）证明：两个不变子群的交集还是不变子群。