

2021年10月高等教育自学考试全国统一考试

大学数学

(课程代码 06227)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答, 答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔, 书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题: 本大题共10小题, 每小题2分, 共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 下列数列极限存在的是

- A. \sqrt{n} B. $(-1)^n$
C. $2n$ D. $\frac{1}{n+1}$

2. $y = x^2 \sin x$ 的微分是

- A. $2x \cos x dx$ B. $-2x \cos x dx$
C. $(2x \sin x + x^2 \cos x) dx$ D. $(2x \sin x - x^2 \cos x) dx$

3. 若在 $[a, b]$ 内 $f(x)$ 的一阶导数 $f'(x) < 0$, 二阶导数 $f''(x) > 0$, 则 $f(x)$ 在此区间

- A. 单调减少, 为凸函数 B. 单调增加, 为凸函数
C. 单调减少, 为凹函数 D. 单调增加, 为凹函数

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{2 \sin x} =$

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$
C. 1 D. ∞

5. $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ 在 $[-1, 4]$ 的最小值是

- A. -5 B. -1
C. 0 D. 1

6. 若 $\int f(x) dx = x^3 + C$, 则 $f(x) =$

- A. $3x^2$ B. $\frac{1}{4}x^4$
C. $3x^2 + Cx$ D. $\frac{1}{4}x^4 + Cx$

7. $\int \frac{1}{x} dx$

- A. $\frac{1}{\sqrt{x}} + C$ B. $\ln|x| + C$
C. $-x^{-2} + C$ D. $\ln x + C$

8. $f(x) = \frac{\cos x}{x}$, 则 $\frac{d}{dx} [\int f(x) dx] =$

- A. $\frac{\cos x}{x} dx$ B. $\frac{\sin x}{x}$
C. $\frac{\cos x}{x}$ D. $\frac{\sin x}{x} + C$

9. $\frac{d}{dx} \left[\int_a^b \arccos x dx \right] =$

- A. 0 B. $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
C. $\arcsin x$ D. $\arccos b - \arccos a$

10. 微分方程 $2y'' - y' - 6y = 0$ 的一个解是

- A. $y = x^2$ B. $y = 2e^x$
C. $y = e^{3x}$ D. $y = e^{2x}$

二、判断题：本大题共 10 小题，每小题 1 分，共 10 分。判断下列各题正误，正确的在

答题卡相应位置涂“ A ”，错误的涂“ B ”。

11. 两个无穷小的积一定是无穷小.
12. $\cos \frac{\pi}{5}$ 的导数是 $-\sin \frac{\pi}{5}$.
13. 函数的极值点一定是驻点.
14. 拐点不一定在曲线上.
15. $\int 1 dx = x + C$.
16. $\int (\operatorname{arccot} x)' dx = \operatorname{arccot} x$.
17. 一个函数的极小值不一定是最小值.
18. $\tan x$ 和 x 是等价无穷小.
19. $x=0$ 是 $f(x)=\frac{1}{2x}$ 的第二类间断点.
20. $x^2 y''' + 2y' = 0$ 是三阶微分方程.

第二部分 非选择题

三、填空题：本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分。

21. 将复合函数 $y = \sin 5x$ 分解为简单函数是_____.
22. $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \frac{2}{n} =$ _____.
23. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - x + 7}{2x^3 + x - 1} =$ _____.
24. $f(x) = \ln(1+x)$, 则 $f''(1) =$ _____.
25. $\int_0^1 (3x+k) dx = 2$, 则 $k =$ _____.

26. 已知曲线过点 $A(2,0)$, 且在该曲线上任一点 $M(x,y)$ 处的切线的斜率等于该点横坐标的立方, 该曲线方程是_____.

四、计算题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。

27. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-9}$.
28. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$.
29. 已知 $y = 2x \sec^2 x - 2 \tan x$, 求 $\frac{dy}{dx}$.
30. 求 $y = x^{\cos x} (x > 0)$ 的导数.
31. $\int x \cos x dx$.
32. $\int (2x+1)^6 dx$.
33. $\int_0^9 \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx$.
34. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$ 的通解.

五、简答题：本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分。

35. 求函数 $y = 2x^3 - 4x^2 + x + 15$ 的凹凸性和拐点.
36. 求曲线 $y = e^x$ 与 $x = -1$ 及 $y = e$ 所围成的平面图形的面积.