

浙江省 2019 年 10 月高等教育自学考试

## 线性代数(经管类)试题

课程代码:04184

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

## 选择题部分

## 注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

说明:本卷中, $A^T$  表示矩阵  $A$  的转置, $\alpha^T$  表示向量  $\alpha$  的转置, $E$  表示单位矩阵,  $|A|$  表示方阵  $A$  的行列式, $A^{-1}$  表示方阵  $A$  的逆矩阵, $r(A)$  表示矩阵  $A$  的秩。

## 一、单项选择题(本大题共 6 小题,每小题 2 分,共 12 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 行列式  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$  的所有元素的代数余子式之和是
- A. 0      B. -2      C. -3      D. -4
2. 矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$  的秩是
- A. 4      B. 3      C. 2      D. 1
3. 若向量组  $\alpha = (1, x, 2)^T$ ,  $\beta = (1, 1, 1)^T$ ,  $\gamma = (0, x, 2)^T$  线性相关,则  $x =$
- A. 2      B. 1      C. -2      D. -4
4. 若方程组  $\begin{cases} ax_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0, \\ -2x_1 + x_3 = 0, \\ -x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$  有无穷多解,则  $a =$
- A. 0      B. 3      C. -1      D. -3

5. 若  $A = \begin{bmatrix} t-1 & 1 & 0 \\ 0 & t-1 & 1 \\ 1 & 0 & t-1 \end{bmatrix}$  为正交矩阵, 则  $t =$
- A. -1      B. 0      C. 1      D.  $\sqrt{3}+1$

6. 二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 2x_2^2 - 5x_3^2$  的负惯性指数是
- A. -5      B. -7      C. 1      D. 2

### 非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

### 二、填空题(本大题共 9 小题, 每空 2 分, 共 18 分)

7. 行列式  $\begin{vmatrix} x & y & 0 \\ 0 & x & y \\ y & 0 & x \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

8. 设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ , 则  $B^T A = \underline{\hspace{2cm}}$ .

9. 若矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & a & 1 & 2 \\ 2 & 2 & a+6 & 2 \end{bmatrix}$  的秩  $r(A) = 2$ , 则  $a$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 设  $\alpha_1 = (-1, 1, 2)$ ,  $\alpha_2 = (1, -1, 2)$ ,  $\alpha_3 = (-5, 5, 6)$ , 若  $\alpha_3 = m\alpha_1 + n\alpha_2$ , 则  $m+n = \underline{\hspace{2cm}}$ .

11. 若向量组  $(a, b, c), (1, 0, 1), (0, 1, 1)$  线性相关, 则行列式  $\begin{vmatrix} a+1 & b+1 & c+1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 线性方程组  $\begin{cases} -x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$  的解空间的维数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 若 3 阶实对称矩阵  $A$  的特征值为 1, -1, 5, 则行列式  $| -A | = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 设矩阵  $A = \begin{bmatrix} a & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & a \end{bmatrix}$  与单位矩阵合同, 则  $a$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 + 2x_1x_2$  的符号差是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

三、计算题(本大题共 7 小题,每小题 9 分,共 63 分)

16. 计算 4 阶行列式

$$\begin{vmatrix} a & b & a & b \\ 0 & a & b & a \\ 0 & 0 & a & b \\ a & b & b & a \end{vmatrix}.$$

17. 设矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & a & a+b \\ 2 & 1 & 1 \\ c & b & 1 \end{bmatrix}$  为对称矩阵,求  $a, b, c$  及  $A^{-1}$ .

18. 设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $X$  为 3 阶方阵,若  $AX=B$ ,求  $X$ .

19. 设向量组  $(0, -1, 1, 2), (2, 1, 0, 1), (1, -1, 1, -1), (0, a, 0, a+b)$  线性相关,求  $a, b$  满足的条件.

20. 已知  $e_1 = (1, 0, 1), e_2 = (1, 2, 0), e_3 = (1, -1, 1)$  是向量空间  $\mathbf{R}^3$  的一组基,求向量  $\alpha = (2, 5, 0)$  在这组基下的坐标.

21. 解线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

22. 设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ , 试求正交矩阵  $P$ ,使得  $P^{-1}AP$  为对角矩阵.

四、证明题(本大题 7 分)

23. 设向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性无关,证明向量组  $\alpha_1+2\alpha_2+\alpha_3, -\alpha_1+\alpha_2, 2\alpha_1+\alpha_3$  也线性无关.