机密★启用前

2020 年 10 月高等教育自学考试全国统一考试

概率论与数理统计（一）

（课程代码　02010）

注意事项：

1．本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。

2．应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。

3．涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1．设 A,B,C 表示三个随机事件，则事件 A,B,C 恰有一个发生可表示为

A．$\overline{AB}\cup\overline{AC}\cup\overline{BC}$　　B．$A\overline{B}\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\overline{B}C$

C．$\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C}$　　D．$A\cup B\cup C$

2．已知事件 A 与 B 相互独立，且 $P(A)=0.6, P(A-B)=0.2$，则 $P(B)=$

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{2}{3}$

C．0.2　　D．0.4

3．袋中共有 10 个红球，其中 4 个红球，6 个黑球，连续不放回取 3 次，每次取 1 个球，则直到第 3 次才取到红球的概率为

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{2}{5}$

C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{1}{2}$

4．已知随机变量 $X\sim U(1,8)$，则 $P(0<X<4)=$

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{4}{7}$

C．$\frac{3}{7}$　　D．$\frac{3}{8}$

5．设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$，则下式一定正确的是

A．$P(X<a)=F(a)$　　B．$P(X\geq a)=F(a)$

C．$P(a<X\leq b)=F(b)-F(a)$　　D．$P(a\leq X\leq b)=F(b)-F(a)$

6．设二维随机变量 (X,Y) 联合密度函数 $f(x,y)=\begin{cases}C, x^2+y^2\leq 4\\ 0, 其它\end{cases}$，则常数 $C=$

A．$\frac{1}{4\pi}$　　B．$\frac{1}{2\pi}$

C．2π　　D．4π

7．设 $X\sim N(2,1), Y\sim N(-1,1)$，且 X,Y 是相互独立，则

A．$P\{X+Y\leq 0\}=0.5$　　B．$P\{X-Y\leq 0\}=0.5$

C．$P\{X-Y\leq 1\}=0.5$　　D．$P\{X+Y\leq 1\}=0.5$

8．抛掷一枚骰子，用 X 记录出现的点数，则 $E(X)=$

A．$\frac{3}{2}$　　B．$\frac{5}{2}$

C．$\frac{7}{2}$　　D．$\frac{9}{2}$

9．如果随机变量 X 和 Y 满足 $D(X+Y)=D(X-Y)$，则必有

A．$D(X)\cdot D(Y)=0$　　B．$D(Y)=0$

C．X 和 Y 独立　　D．X 和 Y 不相关

10．已知 $t\sim t(n)$，那么 $t^2\sim$

A．$F(1,n)$　　B．$F(n,1)$

C．$\chi^2(n)$　　D．$t(n)$

第二部分 非选择题

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11. 设A,B为随机事件,$P(A)=0.4$,$P(B)=0.7$,$P(B|A)$=0.5，则$P(A\cup B)=$_____.

12. 从$1,2,3,\cdots,10$这 10 个正整数中任取 3 个数，则取到的 3 个数中最大的为 4 的概率为_______.

13. 抛掷一枚骰子，用X表示出现的点数，则$P(X\le 4)=$_______.

14. 设$X\sim U(-3,6)$，则关于未知量t的方程$t^2+Xt+1=0$有实根的概率为_______.

15. 已知随机变量X的分布律：$P(X=-1)=P(X=2)=0.5$，$F(x)$为X的分布函数，则$F(-1)+F(2)=$_______.

16. 设$X\sim P(\lambda)$，若$P(X=2)=P(X=3)$，则$\lambda=$_______.

17. 设二维随机变量(X,Y)在平面区域$D=\{(x,y)\,|\,0<x<2,0<y<4\}$内服从均匀分布，则$P(X<1,Y\le 1)=$_______.

18. 已知$X\sim B(50,0.2)$，则$E(X^2)=$_______.

19. 已知随机变量$X\sim U(-1,5),Y\sim N(1,4)$，且$X$与$Y$相互独立，则$D(2X-Y)=$_______.

20. 已知随机变量X的数学期望$E(X)=100$，方差$D(X)=10$，则由切比雪夫不等式估计$P(80<X<120)\ge$_______.

21. 设容量$n=5$的样本观测值为：8,7,6,9,10，则样本均值为_______.

22. 设X_1,X_2,X_3,X_4是来自正态总体$N(1,4)$的样本，$\bar{X}$为样本均值，则$\bar{X}\sim$_______.

23. 设X_1,X_2,X_3是来自正态总体$N(\mu,\sigma^2)$的样本，若$CX_1-3X_2+2X_3$是未知参数μ的一个无偏估计量，则$C=$_______.

24. 设总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中σ^2未知，现有来自总体X的容量为 16 的一个样本，测得样本均值$\bar{x}=503.30$，样本标准差$S=6.194$，则未知参数μ的95%的置信区间是_______.$(t_{0.025}(15)=2.1315,\ t_{0.05}(15)=1.7531)$

25. 设总体X在区间$[0,\theta]$上服从均匀分布，$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自X的样本，则未知参数θ的矩估计量是_______.

三、计算题：本大题共 4 小题，每小题 8 分，共 32 分。

26. 设某批产品中，甲、乙、丙三厂生产的产品分别占 30%，35%，25%，各厂的次品率分别为 4%，2%，5%，现从中任取一件，求取到的是次品的概率.

27. 已知离散型随机变量X的分布律为

X	-1	0	1	2
P	0.1	0.2	0.3	a

(1) 求常数a; (2)求$P(-2<X\le 1)$； (3)求$Y=X^2+1$的分布律.

28. 测量距离时产生的随机误差X(单位：米)服从正态分布$N(20,40^2)$. 进行 3 次独立测量，求至少有一次测量误差绝对值不超过 30 米的概率.

[附注：$\Phi(0.25)=0.5987$,$\Phi(1.25)=0.8944$]

29. 某车间用一台包装机包装葡萄糖. 已知包得的袋装糖净重（单位：公斤）$X\sim N(\mu,0.015^2)$，当机器正常时，其均值$\mu=0.5$. 某日开工后随机抽取 9 袋葡萄糖，测得平均每袋净重为 0.511 公斤. 问在显著水平$\alpha=0.05$下，是否可以认为这台包装机包装葡萄糖净重为 0.5 公斤？

[附注：$u_{0.025}=1.96$]

四、综合题：本大题共 1 小题，每小题 12 分，共 12 分。

30. 设连续型随机变量X的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ x^3, & 0<x<1,\\ 1, & x\ge 1.\end{cases}$$

求：（1）X的概率密度$f(x)$； （2）$P(|X|<\frac{1}{2})$； （3）$E(X),D(X)$.

五、证明题：本大题共 1 小题，每小题 6 分，共 6 分。

31. 对任意事件A,B，证明若A与$\bar{B}$相互独立，则A与B相互独立.