

机密★启用前

2020年10月高等教育自学考试全国统一考试

大学数学

(课程代码 06227)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答, 答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔, 书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题: 本大题共10小题, 每小题2分, 共20分。在每小题列出的备选项中

只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 下列周期函数中, 周期为 4π 的函数是

- A. $y = \sin \frac{x}{2}$ B. $y = \sin(x + 4\pi)$
C. $y = \sin 4x$ D. $y = \tan 4x$

2. 下列极限值等于1的是

- A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$ B. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin x}{x}$
C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x}$ D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x}$

3. 设 $f(x) = \begin{cases} 2-x & x < 1 \\ 0 & x = 1 \\ x^2 - 1 & x > 1 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x=1$ 处

- A. 没有定义 B. 极限存在
C. 左连续但不右连续 D. 右连续但不左连续

4. 以下求函数的导数计算正确的是

- A. $(x^3 e^x)' = 3x^2 e^x$ B. $(\ln x^x)' = x(\ln x)^{x-1}$
C. $(a^{-x})' = -a^{-x} \ln a$ D. $(\ln 2)' = \frac{1}{2}$

5. 若函数 $f(x)$ 在某区间内一阶导数和二阶导数都小于零, 则 $f(x)$ 在此区间内

- A. 单调减少, 为凸函数 B. 单调增加, 为凸函数
C. 单调减少, 为凹函数 D. 单调增加, 为凹函数

6. 下列不等式中成立的是

- A. $\int_0^1 x^2 dx \leq \int_0^1 x^3 dx$ B. $\int_1^2 x^2 dx \leq \int_1^2 x^3 dx$
C. $\int_0^1 \pi^x dx \leq \int_0^1 3^x dx$ D. $\int_1^2 \pi^x dx \leq \int_1^2 3^x dx$

7. 下列函数在区间 $[-1, 1]$ 上满足罗尔定理条件的是

- A. $f(x) = 1 - x^2$ B. $f(x) = \frac{1}{1+x^3}$
C. $f(x) = \tan x$ D. $f(x) = \cot x$

8. $\int_0^2 |x-1| dx =$

- A. 0 B. 1
C. 2 D. 4

9. 微分方程 $x^2 y'' - xy'(y')^3 + 3y^4 y' = 0$ 的阶是

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

10. 微分方程 $2y'' - 5y' + 2y = 0$ 的一个解是

- A. $y = x^3$ B. $y = x^2$
C. $y = e^{2x}$ D. $y = 2e^x$

二、判断题：本大题共 10 小题，每小题 1 分，共 10 分。判断下列各题正误，正确的在答题卡相应位置涂“A”，错误的涂“B”。

11. 若 $f(x)$ 在点 x_0 处极限存在，则 $f(x)$ 在点 x_0 处一定有定义.
12. 收敛数列一定有界.
13. $\int \frac{1}{a} dx = \ln a + c$.
14. 函数的驻点一定是该函数的极值点.
15. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(u) du$
16. $\lim_{x \rightarrow 0} x \cos \frac{1}{x} = 0$.
17. 若函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，则曲线 $y = f(x)$ ，直线 $x = a$ ， $x = b$ 及 x 轴所围图形的面积是 $|\int_a^b f(x) dx|$.
18. 函数 $f(x)$ 的原函数就是它的不定积分.
19. 在区间 $[0, 2]$ 上，函数 $y = x^2$ 满足拉格朗日定理的条件，则此时定理中的 $\xi = 1$.
20. 函数 $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$ 是奇函数.

第二部分 非选择题

三、填空题：本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分。

21. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3} =$ _____.
22. 函数 $y = 3^x$ 的 n 阶导数是_____.
23. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \lg(12-3x)$ 的定义域是_____.
24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - 1}{2n^2 + 3n - 4} =$ _____.

25. $\int \frac{dx}{x^2 + 5} =$ _____.
26. $\int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx =$ _____.

四、计算题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。

27. 求函数 $y = x \arcsin x + \sqrt{2-x^2}$ 的导数.
28. 求函数 $y = \frac{\tan e^x}{x}$ 的微分.
29. 求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{-x}$.
30. 计算 $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$.
31. 计算 $\int x \cos x dx$.
32. 求 $\int_1^8 \frac{2}{x + 2\sqrt[3]{x}} dx$.
33. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} + 2x}{x - 3 \sin x}$.
34. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{3\sqrt{x}}{4y^3 - 5}$ 的通解.

五、简答题：本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分。

35. 画图并计算由曲线 $y = 3^x$ 与 $y = 3^{-x}$ 及直线 $x = 1$ 所围成的图形的面积.
36. 求函数 $y = x^3 + 3x^2 - 24x - 11$ 的单调增、减区间，极值，及其图像的凹凸区间和拐点.