座位号：

姓名：

机密★启用前

2021年4月高等教育自学考试全国统一考试

概率论与数理统计（一）

（课程代码　02010）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 设A，B，C表示三个事件，则$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$表示.

A. A，B，C都不发生　　B. A，B，C中恰有两个发生

C. A，B，C中不多于一个发生　　D. A，B，C中有一个发生

2. 设A，B为任二事件，则等式成立的是

A. $P(A)=P(AB)+P(A\overline{B})$　　B. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

C. $P(AB)=P(A)P(B)$　　D. $P(A-B)=P(A)-P(B)$

3. 设离散型随机变量X的分布列为：

X	0	1	2
P	0.3	0.5	0.2

其分布函数为$F(x)$，则$F(3)=$

A. 0　　B. 0.3

C. 0.8　　D. 1

4. 设$X\sim N(0,1)$，密度函数$\varphi(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$，则$\varphi(x)$的最大值是

A. 0　　B. 1

C. $\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}$　　D. $-\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}$

5. 设X服从二项分布B(n,p)，则等式成立的是

A. $E(2X-1)=2np$　　B. $D(2X+1)=4np(1-p)+1$

C. $E(2X+1)=4np+1$　　D. $D(2X-1)=4np(1-p)$

6. 设随机变量X的分布列为：

X	1	2	3
p	1/2	c	1/4

则常数c=

A. 0　　B. 1

C. $\dfrac{1}{4}$　　D. $-\dfrac{1}{4}$

7. 已知$EX=-1,\ DX=3$，则$E\left[3\left(X^2-2\right)\right]=$

A. 9　　B. 6

C. 30　　D. 36

8. 下列结论中，不是随机变量X与Y不相关的充要条件的是

A. $E(XY)=E(X)E(Y)$　　B. $D(X+Y)=DX+DY$

C. $Cov(X,Y)=0$　　D. X与Y相互独立

9. 设$p(x,y)$，$p_\xi(x)$，$p_\eta(y)$分别是二维随机变量(ξ,η)的联合密度函数及边缘密度函数，ξ与η独立的充要条件是

A. $E(\xi+\eta)=E\xi+E\eta$　　B. $D(\xi+\eta)=D\xi+D\eta$

C. ξ与η不相关　　D. 对$\forall x,y$，有$p(x,y)=p_\xi(x)p_\eta(y)$

02010

10. 设二维随机变量(X,Y)的联合密度为$p(x,y)=\begin{cases}4xy, & 0\le x,y\le 1\\ 0, & 其它\end{cases}$，

若$F(x,y)$为分布函数，则$F(0.5,2)=$

A. 0 　　 B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{2}$ 　　 D. 1

第二部分　非选择题

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11. 称具有下列两个特征的随机试验的数学模型为古典概型.（1）随机试验出现有限个基本事件；（2）每一个基本事件发生的可能性________.

12. 设A,B是两个事件，且$P(A)>0$，则称$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$为在事件$A$发生的条件下,事件$B$的________.

13. 设A、B为随机事件，且$P(A)$=0.5，$P(B)$=0.6，$P(B|A)$=0.8，则$P(A+B)$=________.

14. 设X是随机变量，对任意实数x，称$F(x)=P(X\le x)$为随机变量X的________.

15. 设随机变量X服从[2，6]上的均匀分布，则$P\{3<X<4\}=$________.

16. 设随机变量X的分布函数为$F(x)$，若存在可积的$p(x)\ge 0, x\in R$,使得对任意实数x有$F(x)=\int_{-\infty}^{x}p(t)dt$，则称$X$为________.

17. 三个人独立地破译一份密码，已知各人能译出的概率分别为$\frac{1}{5},\frac{1}{4},\frac{1}{3}$，则密码能被译出的概率是________.

18. 设离散型随机变量X的概率分布为$P\{X=x_i\}=p_i, i=1,2,\cdots$，如果$\sum_{i=1}^{\infty}x_ip_i$绝对收敛,则定义$X$的数学期望为________.

19. 设(X,Y)为二维随机向量，若$E\{[X-E(X)][Y-E(Y)]\}$存在，则称其为随机变量X和Y的________.

20. 设$X_1,X_2,\cdots,X_n$为总体的n个独立观察值.则$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$称为样本的________.

21. 在假设检验问题中，把原假设H_0的对立面称为________.

22. 设$\hat{\theta}_1=\hat{\theta}_1(X_1,\cdots,X_n)$和$\hat{\theta}_2=\hat{\theta}_2(X_1,\cdots,X_n)$都是参数$\theta$的无偏估计量，若$D(\hat{\theta}_1)\le D(\hat{\theta}_2)$，则称$\hat{\theta}_1$较$\hat{\theta}_2$________.

23. 估计量的评价一般有三条标准:(1)无偏性；(2)有效性；(3)________.

24. 已知总体$X\sim N(\mu,\sigma^2), X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体$X$的样本，要检验$H_o$：$\sigma^2=\sigma_0^2$，则采用的统计量是________.

25. 若对任意给定的样本值$x_1,x_2,\cdots,x_n$，存在$\hat{\theta}=\hat{\theta}(x_1,x_2,\cdots,x_n)$,使$L(\hat{\theta})=\max_{\theta}L(\theta)$, 则称$\hat{\theta}=\hat{\theta}(x_1,x_2,\cdots,x_n)$为$\theta$的________.

三、计算题：本大题共 4 小题，每小题 8 分，共 32 分。

26. 加工某一零件共需经过四道工序，设第一、二、三、四道工序的次品率分别是 2%，3%，5%，3%，假定各道工序是互不影响的，求加工出来的零件的次品率.

27. 已知连续型随机变量X的概率密度为$f(x)=\begin{cases}2x, & x\in(0,A)\\ 0, & 其它\end{cases}$.

（1）求A;（2）求分布函数$F(x)$;（3）求$P(-0.5<X<1)$.

28. 设X与Y的联合概率分布为

X \ Y	−1	0	2
0	0.1	0.2	0
1	0.3	0.05	0.1
2	0.15	0	0.1

问X与Y是否相互独立?

29. 设某校女生的身高服从正态分布，今从该校中随机抽取 9 名女生，测得数据经计算如下：$\bar{x}=162.67cm$, $s=4.20cm$。求该校女生身高方差σ^2的置信度为 0.95 的置信区间.

(已知：$\chi_{0.025}{}^2(8)=17.535$, $\chi_{0.975}{}^2(8)=2.18$；$\chi_{0.025}{}^2(9)=19.02$，$\chi_{0.975}{}^2(9)=2.7$)

四、综合题：本大题共 1 小题，每小题 12 分，共 12 分。

30. 已知甲、乙两袋中分别装有编号为 1, 2, 3, 4 的四个球. 今从甲、乙两袋中各取出一球，设$A=\{$从甲袋中取出的是偶数号球$\}$，$B=\{$从乙袋中取出的是奇数号球$\}$，$C=\{$从两袋中取出的都是偶数号球或都是奇数号球$\}$，试讨论A,B,C的两两独立性与相互独立性.

五、证明题：本大题共 1 小题，每小题 6 分，共 6 分。

31. 设X为随机变量，且$E(X),E(X^2)$均存在，证明$E[X-E(X)]^2=E(X^2)-[E(X)]^2$.