

机密★启用前

2021年4月高等教育自学考试全国统一考试

大学数学

(课程代码 06227)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答, 答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔, 书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题: 本大题共10小题, 每小题2分, 共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 下列数列极限不存在的是

- A. $\frac{1}{3n}$ B. $\frac{n+2}{n-2}$
C. \sqrt{n} D. $2 + \frac{1}{\sqrt{n}}$

2. $y = x^2 \cos x$ 的微分是

- A. $2x \sin x dx$ B. $2x \sin x$
C. $(2x \cos x + x^2 \sin x) dx$ D. $(2x \cos x - x^2 \sin x) dx$

3. 若在 $[a, b]$ 内 $f(x)$ 的一阶导数 $f'(x) > 0$, 二阶导数 $f''(x) < 0$, 则 $f(x)$ 在此区间

- A. 单调减少, 为凸函数 B. 单调增加, 为凸函数
C. 单调减少, 为凹函数 D. 单调增加, 为凹函数

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} =$

- A. 0 B. 1
C. 2 D. ∞

5. $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ 在 $[-1, 4]$ 的最大值是

- A. -1 B. 0
C. 80 D. 110

6. 若 $\int f(x) dx = x^4 + C$, 则 $f(x) =$

- A. $4x^3$ B. $\frac{1}{5}x^5$
C. $4x^3 + Cx$ D. $\frac{1}{5}x^5 + Cx$

7. $\int \sqrt{x} dx =$

- A. $\frac{2}{\sqrt{x}} + C$ B. $\frac{1}{2\sqrt{x}} + C$
C. $-\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$ D. $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$

8. 设 $f(x) = \frac{\sin x}{x}$, 则 $\frac{d}{dx} [\int f(x) dx] =$

- A. $\frac{\sin x}{x} dx$ B. $\frac{\cos x}{x}$
C. $\frac{\sin x}{x}$ D. $\frac{\sin x}{x} + C$

9. $\frac{d}{dx} \left[\int_a^b \arcsin x dx \right] =$

- A. $\arcsin x$ B. 0
C. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ D. $\arcsin b - \arcsin a$

10. 微分方程 $y'' - 7y' + 12y = 0$ 的一个解是

- A. $y = x^3$ B. $y = x^2$
C. $y = 3e^x$ D. $y = e^{3x}$

座位号:

姓名:

二、判断题：本大题共 10 小题，每小题 1 分，共 10 分。判断下列各题正误，正确的在答题卡相应位置涂“A”，错误的涂“B”。

11. 两个无穷小的商一定是无穷小.
12. $\sin \frac{\pi}{5}$ 的导数是 $\cos \frac{\pi}{5}$.
13. 函数的驻点不一定是极值点.
14. 函数的拐点一定在函数曲线上.
15. $\int 0 dx = C$ (C 是常数).
16. $\int (\arctan x)' dx = \arctan x$.
17. 一个函数的极大值不一定是最大值.
18. $\sin x$ 和 x 是等价无穷小.
19. $x=0$ 是 $f(x) = \frac{1}{x}$ 的第二类间断点.
20. $x^2 y''' + 2x + 5 = 0$ 是三阶微分方程.

第二部分 非选择题

三、填空题：本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分。

21. 将复合函数 $y = \cos 4x$ 分解为简单函数是_____.
22. $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \frac{1}{n} =$ _____.
23. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 3x + 2}{2x^3 + x - 1} =$ _____.
24. 设 $f(x) = \ln(1+x)$, 则 $f''(0) =$ _____.
25. $\int_0^1 (2x+k) dx = 2$, 则 $k =$ _____.
26. 已知曲线过点 $A(3,0)$, 且在该曲线上任一点 $M(x,y)$ 处的切线的斜率等于该点横坐标的平方, 该曲线方程是_____.

四、计算题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。

27. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$.
28. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x$.
29. 已知 $y = x \sec^2 x - \tan x$, 求 $\frac{dy}{dx}$.
30. 求 $y = x^{\sin x}$ ($x > 0$) 的导数.
31. $\int x \sin x dx$.
32. $\int (3x+1)^5 dx$.
33. $\int_0^4 \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx$.
34. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = -\frac{2x}{y}$ 的通解.

五、简答题：本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分。

35. 求函数 $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 5$ 的凹凸性和拐点.
36. 求曲线 $y = e^x$ 与 $x=0$ 及 $y=e^2$ 所围成的平面图形的面积.