

机密★启用前

2021年4月高等教育自学考试全国统一考试

## 近世代数

(课程代码 10099)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答, 答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔, 书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

## 第一部分 选择题

一、单项选择题: 本大题共10小题, 每小题2分, 共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 集合  $A$  中含有5个元素, 集合  $B$  中含有2个元素, 那么  $A \times B$  中元素个数为  
A. 2                                  B. 5  
C. 7                                  D. 10
2. 设  $A=\{1, 2, 3\}$ ,  $B=\{4, 5, 6\}$ , 则  $A$  到  $B$  的映射个数为  
A. 27                                 B. 12  
C. 9                                    D. 6
3. 对于群  $G$  的任意两个元  $a, b$  来说, 方程  $ax=b$  和  $ya=b$  都在  $G$  中有解, 并且这个解  
A. 不是唯一的                      B. 是唯一的  
C. 不一定是唯一的                 D. 相同的
4.  $Z_5$  中元素个数为  
A. 0个                                 B. 2个  
C. 3个                                 D. 5个
5. 群的单位元是  
A. 唯一的                              B. 有两个  
C. 有无数个                         D. 没有

6.  $G$  的阶为多少时, 不能肯定  $G$  是交换群  
A. 4                                      B. 5  
C. 6                                      D. 7
7.  $n$  阶群的子群的阶必须是  $n$  的  
A. 倍数                                 B. 因数  
C. 次数                                 D. 指数
8. 设  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  是三个置换, 其中  $\sigma_1=(12)(23)(13)$ ,  $\sigma_2=(24)(14)$ ,  $\sigma_3=(1423)$ , 则  $\sigma_3 =$   
A.  $\sigma_1^2$                                  B.  $\sigma_2^2$   
C.  $\sigma_1\sigma_2$                              D.  $\sigma_2\sigma_1$
9.  $Z_6$  的可逆元有  
A. 1个                                    B. 2个  
C. 3个                                    D. 4个
10.  $Z_{12}$  的全部子群个数为  
A. 3                                        B. 4  
C. 6                                        D. 12

二、多项选择题: 本大题共5小题, 每小题2分, 共10分。在每小题列出的备选项中至少有两项是符合题目要求的, 请将其选出, 错选、多选或少选均无分。

11. 集合  $A$  的元间的一个关系~叫做一个等价关系, 则需满足的规律有  
A. 反射律                              B. 对称律  
C. 交换律                              D. 结合律  
E. 推移律
12. 如果一个映射是同构映射, 则该映射是  
A. 恒等映射                            B. 零映射  
C. 单射                                 D. 满射  
E. 一一映射
13. 8阶群中元素的阶可能为  
A. 0                                        B. 1  
C. 2                                        D. 4  
E. 8
14. 关于以下说法正确的有  
A. 群  $G$  的两个子群的交集也是  $G$  的子群  
B. 群  $G$  的两个子群的并集也是群  $G$  的子群  
C. 主理想环的每个理想都是主理想  
D. 循环群的子群也是循环群  
E. 除环一定是域

15. 若一个环  $R$  叫做一个除环, 应满足

- A.  $R$  至少包含一个不等于零的元  
B.  $R$  有一个单位元  
C.  $R$  的每一个不等于零的元有一个逆元  
D.  $R$  的零元有逆元  
E.  $R$  不存在可逆元

三、判断题: 本大题共 5 小题, 每小题 2 分, 共 10 分。判断下列各题正误, 正确的在答题卡相应位置涂 “A”, 错误的涂 “B”。

16. 一个循环群一定是交换群。  
17. 阶是素数的群一定是循环群。  
18. 群  $G$  的两个子群的积不是  $G$  的子群。  
19. 任何一一变换都是一个置换。  
20. 存在特征为 4 的域。

## 第二部分 非选择题

四、填空题: 本大题共 9 小题, 每小题 2 分, 共 18 分。

21.  $n$  次对称群  $S_n$  的阶是\_\_\_\_\_。  
22. 一个  $k$ -循环群置换的阶是\_\_\_\_\_。  
23. 整数环中有逆元的整数有 1 和\_\_\_\_\_。  
24.  $R$  为交换环,  $a \in R$ ,  $(a)$  的元的形式可以写成\_\_\_\_\_。  
25. 若  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 5, 6\}$ , 则  $A \cap B =$ \_\_\_\_\_。  
26. 一个有限非交换群至少要有\_\_\_\_\_个元。  
27. 在  $Z$  中, 子群  $H = (6)$  的所有左陪集共有\_\_\_\_\_个。  
28. 五次对称群  $S_5$  的平凡不变子群有\_\_\_\_\_个。  
29. 模 20 剩余类加群  $(Z_{20}, +)$  的生成元有\_\_\_\_\_个。

五、名词解释题: 本大题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分。

30.  $n$  次对称群  
31. 子群  
32. 域  
33. 主理想环

六、解答题: 本大题共 3 小题, 每小题 10 分, 共 30 分。

34. 证明: 若群  $G$  的每一个元都适合方程  $x^2 = e$ , 那么  $G$  是交换群。  
35. 写出  $S_3$  的全部元。  
36. 假定  $F$  是一个有四个元的域, 证明:  $F$  的特征是 2。