

高等几何试题

课程代码:10027

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题(本大题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 菱形的仿射对应图形是
A. 长方形
B. 四边形
C. 菱形
D. 平行四边形
2. 点变换 $xx' - 2x - 2x' + 5 = 0$ 是
A. 双曲型对合
B. 椭圆型对合
C. 抛物型对合
D. 不是对合方程
3. 点列之间的射影对应是由
A. 三对对应点唯一确定
B. 两对对应点唯一确定
C. 四对对应点唯一确定
D. 无限对对应点唯一确定
4. 已知交比 $(P_1P_2, P_3P_4) = 3$, 则交比 $(P_3P_1, P_2P_4) =$
A. 3
B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{1}{2}$
D. $-\frac{1}{2}$
5. 两条平行线被第三条直线所截,同位角相等,这个命题与欧几里得第五公设
A. 等价
B. 矛盾
C. 无关
D. 以上都不正确

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分)

- 仿射几何的基本不变性有结合性和_____。
- 通过两点 $(1, i, 0), (1, -i, 0)$ 的二次曲线一定是_____。
- 常态二阶曲线的切线全体组成_____。
- 直线 $2x + y = 0$ 上的无穷远点的齐次坐标为_____。
- 若无穷远直线关于二次曲线的极点为有限点,则称此点为二次曲线的_____。

三、计算题(本大题共 6 小题,每小题 7 分,共 42 分)

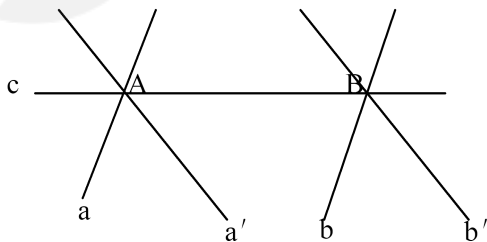
- 设两点列同底,求一射影对应使 $0, 1, \infty$ 分别变为 $1, \infty, 0$ 。
- 验证四直线 $l_1: 2x_1 - x_2 - x_3 = 0, l_2: 4x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, l_3: 2x_1 - x_3 = 0, l_4: 6x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0$ 共点,并求交比 $(l_1 l_2, l_3 l_4)$ 。

13. 求射影变换
$$\begin{cases} \rho x'_1 = 2x_1 + x_2 \\ \rho x'_2 = x_2 \\ \rho x'_3 = -x_3 \end{cases}$$
 的二重点。

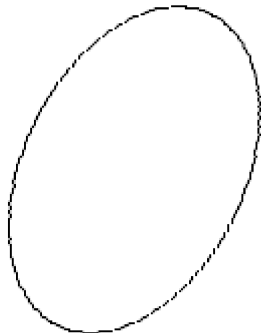
- 求直线 $x_1 + x_2 = 0$ 关于二阶曲线 $c: x_1^2 + 4x_1 x_2 - 2x_1 x_3 + x_3^2 = 0$ 的极点。
- 求对合的方程,它的两对对应点的坐标分别是 2 对应 2, 1 对应 4。
- 求二阶曲线 $x^2 + 4xy + y^2 + 4x - 3 = 0$ 的渐近线。

四、作图题(本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分。要求写出作法)

- 求作下图的对偶图形。



18. 已知一条二阶曲线和其外一定点 P , 作 P 点关于二阶曲线的极线。(要求写出作法)

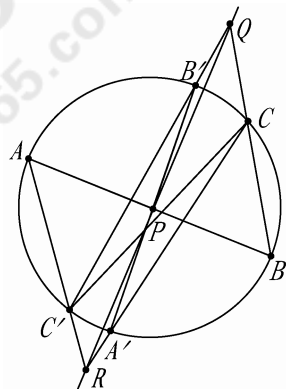


P'

五、证明题(本大题共 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分)

19. 证明三角形的中线是仿射不变性。

20. 在内接于圆的两个三点形 ABC 与 $A'B'C'$ 中, 设 $AB \cap A'B' = P, BC \cap B'C' = Q, CA' \cap C'A = R$, 证明 P, Q, R 三点共线。



21. 设直线 p 交 $\triangle ABC$ 三边 AB, BC, CA 于 L, M, N , 若直线 AM, BN, CL 两两相交成一个三角形 RST , 求证: AS, BT, CR 共点。

