

中国十大品牌教育集团 中国十佳网络教育机构



- 自考名师全程视频授课，图像、声音、文字同步传输，享受身临其境的教学效果；
- 权威专家在线答疑，提交到答疑板的问题在 24 小时内即可得到满意答复；
- 课件自报名之日起可反复观看 unlimited 时间、次数，直到当期考试结束后一周关闭；
- 付费学员赠送 1G 超大容量电子信箱；及时、全面、权威的自考资讯全天 24 小时滚动更新；
- 一次性付费满 300 元，即可享受九折优惠；累计实际交费金额 500 元或支付 80 元会员费，可成为银卡会员，购课享受八折优惠；累计实际交费金额 1000 元或支付 200 元会员费，可成为金卡会员，购课享受七折优惠（以上须在同一学员代码下）；

英语/高等数学预备班：英语从英文字母发音、国际音标、基本语法、常用词汇、阅读、写作等角度开展教学；数学针对有仅有高中入学水平的数学基础的同学开设。通过知识点精讲、经典例题详解、在线模拟测验，有针对性而快速的提高考生数学水平。[立即报名！](#)

基础学习班：依据全新考试教材和大纲，由辅导老师对教材及考试中所涉及的知识进行全面、系统讲解，使考生从整体上把握该学科的体系，准确把握考试的重点、难点、考点所在，为顺利通过考试做好知识上、技巧上的准备。[立即报名！](#)

冲刺串讲班：结合历年试题特点及命题趋势，规划考试重点内容，讲解答题思路，传授胜战技巧，为考生指出题眼，提供押题参考。配合高质量全真模拟试题，让学员体验实战，准确地把握考试方向、将已掌握的应试知识融会贯通，并做到举一反三。[立即报名！](#)

真题测试班：通过真题的在线模拟测试，由自考 365 网校的专家名师指明未来考试中可能出现的“陷阱”、“雷区”、“误区”，帮助学员减少答题失误，提高学员驾驭和应用所学知识的能力，迅速提高应试技巧和强化所学知识，顺利通过考试！[立即报名！](#)

全国 2006 年 4 月高等教育自学考试
复变函数与积分变换试题
课程代码：02199

一、单项选择题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1. 设 $z=1+2i$ ，则 $\text{Im } z^3=$ ()
A. -2
B. 1
C. 8
D. 14
2. $z=(1+\cos t)+i(2+\sin t), 0 \leq t < 2\pi$ 所表示的曲线为 ()
A. 直线
B. 双曲线
C. 抛物线
D. 圆
3. $\ln(-1)$ 为 ()
A. 无定义的
B. 0
C. πi
D. $(2k+1)\pi i$ (k 为整数)
4. 设 $z=x+iy$ ，则 $(1+i)z^2$ 的实部为 ()
A. x^2-y^2+2xy
B. x^2-y^2-2xy
C. x^2+y^2+2xy
D. x^2+y^2-2xy
5. 设 $z=x+iy$ ，解析函数 $f(z)$ 的虚部为 $v=y^3-3x^2y$ ，则 $f(z)$ 的实部 u 可取为 ()

A. x^2-3xy^2

B. $3xy^2-x^3$

C. $3x^2y-y^3$

D. $3y^3-3x^3$

6. 设 C 为正向圆周 $|z|=1$, 则 $\oint_C \frac{dz}{z^2} = (\quad)$

A. 0

B. 1

C. πi

D. $2\pi i$

7. 设 C 为从 $-i$ 到 i 的直线段, 则 $\int_C |z| dz = (\quad)$

A. i

B. $2i$

C. $-i$

D. $-2i$

8. 设 C 为正向圆周 $|z|=1$, 则 $\oint_C \frac{\sin z}{e^z - 1} dz = (\quad)$

A. $2\pi i \cdot \sin 1$

B. $-2\pi i$

C. 0

D. $2\pi i$

9. 复数列 $z_n = e^{\frac{n\pi i}{2}}$ 的极限为 ()

A. -1

B. 0

C. 1

D. 不存在

10. 以 $z=0$ 为本性奇点的函数是 ()

A. $\frac{\sin z}{z}$

B. $\frac{1}{z(z-1)}$

C. $\frac{1-\cos z}{z^2}$

D. $\sin \frac{1}{z}$

11. $f(z) = \frac{1}{e^z - 1}$ 在 $z = \pi i$ 处的泰勒级数的收敛半径为 ()

A. πi

B. $2\pi i$

C. π

D. 2π

12. 设 $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$, 则 $f^{(10)}(0)$ 为 ()

A. 0

B. $\frac{1}{10!}$

C. 1

D. $10!$

13. 设函数 $f(z) = \frac{e^{iz}}{(z^2 + 1)^2}$, 则 $\text{Res}[f(z), -i] = (\quad)$

A. 0

B. $-\frac{ie}{4}$

C. $\frac{ic}{4}$

D. $\frac{c}{4}$

14.把点 $z=1, i, -1$ 分别映射为点 $w=\infty, -1, 0$ 的分式线性映射为 ()

A. $w = \frac{z-1}{z+1}$

B. $w = \frac{i(z+1)}{1-z}$

C. $w = \frac{z+1}{1-z}$

D. $w = \frac{i(z-1)}{z+1}$

15. $w=e^z$ 把带形区域 $0<\text{Im } z<2\pi$ 映射成 W 平面上的 ()

A.上半复平面

B.整个复平面

C.割去负实轴及原点的复平面

D.割去正实轴及原点的复平面

二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 2 分, 共 10 分)

请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

16. $\arg(3-i)=$ _____.

17.对数函数 $w=\ln z$ 的解析区域为_____.

18.设 C 为正向圆周 $|z|=1$, 则积分 $\oint_C \frac{1}{z} dz =$ _____.

19.设 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1+i$, 则幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+1} z^n$ 的收敛半径为_____.

20.设 C 为正向圆周 $|\xi|=1$, 则当 $|z|<1$ 时, $f(z) = \oint_C \frac{\sin 2\xi}{(\xi-z)^3} d\xi =$ _____.

三、计算题(本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

21.求方程 $z^3+8=0$ 的所有复根.

22.设 $u=x^2-y^2+xy$ 是解析函数 $f(z)$ 的实部, 其中 $z=x+iy$. 求 $f'(z)$ 并将它表示成 z 的函数形式.

23.设 $v=e^{ax}\sin y$, 求常数 a 使 v 成为调和函数.

24.设 C 为正向圆周 $|z|=1$, 计算积分 $I = \oint_C \frac{\sin z}{(z-\frac{1}{2})(z+2)^2} dz$.

25.计算积分 $I = \oint_C \frac{e^z}{(z-a)^3} dz$, 其中 C 为正向圆周 $|z|=1$, $|a| \neq 1$.

26.(1)求 $\frac{1}{z}$ 在圆环域 $1<|z-1|<+\infty$ 内的罗朗级数展开式;

(2)求 $\frac{1}{z^2}$ 在圆环域 $1<|z-1|<+\infty$ 内的罗朗级数展开式.

27.求 $f(z)=\ln z$ 在点 $z=2$ 的泰勒级数展开式, 并求其收敛半径.

28.计算积分 $I = \oint_C \frac{1}{z^2 - (1+i)z} dz$, 其中 C 为正向圆周 $|z|=2$.

四、综合题（下列 3 个小题中，29 题必做，30、31 题中选做一题。每小题 10 分，共 20 分）

29. (1) 求 $f(z) = \frac{1}{(z^2 + 1)(z^2 + 4)}$ 在上半平面的所有孤立奇点；

(2) 求 $f(z)$ 在以上各孤立奇点的留数；

(3) 利用以上结果计算积分 $I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}$ 。

30. 设 D 是上半单位圆： $\text{Im } z > 0, |z| < 1$ ，求下列保角映射：

(1) $w_1 = f(z)$ 把 D 映射为第 II 象限 D_1 ，且 $f(1) = 0$ ；

(2) $w_2 = g(w_1)$ 把 D_1 映射为第 I 象限 D_2 ；

(3) $w = h(w_2)$ 把 D_2 映射为上半平面 D_3 ；

(4) 求把 D 映射为 D_3 的保角映射 $w = F(z)$ 。

31. 求函数 $2\delta(t) - 3f(t)$ 的傅氏变换，其中 $f(t) = \begin{cases} te^{-t}, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0. \end{cases}$