

4. $\int (2x+1)^{100} dx = (\quad)$

- A. $\frac{1}{101}(2x+1)^{101} + C$ B. $\frac{1}{202}(2x+1)^{101} + C$
C. $100(2x+1)^{99} + C$ D. $200(2x+1)^{99} + C$

5. 已知生产某商品 x 个的边际收益为 $30-2x$, 则总收益函数为 ()

- A. $30-2x^2$ B. $30-x^2$
C. $30x-2x^2$ D. $30x-x^2$

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

6. 已知 $f(3x)=\log^2(9x^2-6x+5)$, 则 $f(1)=$ _____。7. 设 $x_n=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^n}$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n=$ _____。8. $\lim_{x \rightarrow 0} (1-3\tan^3x)^{\cot^3x} =$ _____。9. 设 $f(x)=\begin{cases} \sqrt{1+x}-1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $f'_+(0) =$ _____。10. 设 $y=2^{\frac{x}{\ln x}}$, 则 $y' =$ _____。11. 曲线 $y=e^x$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程是_____。12. 设某商品的需求量 Q 对价格 P 的函数关系为 $Q=75-P^2$, 则 $P=4$ 时的边际需求为_____。13. $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}} =$ _____。14. 设 $z=(1+x)^{xy}$, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$ _____。15. 微分方程 $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ 的通解是_____。

三、计算题 (一) (本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

16. 设 $a \neq 0, b \neq 0$, 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos ax}{\ln \cos bx}$ 。17. 设 $y = \ln \sqrt{\frac{(1-x)e^x}{\arccos x}}$, 求 $y'|_{x=0}$ 。18. 求不定积分 $\int \frac{x^2}{\sqrt{a^2-x^2}} dx, (a > 0)$

19. 求定积分 $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\sin^2 x} dx$ 。

20. 设 $z = \arctan \frac{x+y}{x-y}$, 求 dz 。

四、计算题（二）（本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分）

21. 设 $y = x(\arcsin x)^2 + 2\sqrt{1-x^2} \arcsin x - 2x, |x| < 1$, 求 y' 。

22. 求 $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{(2-x)^2} dx$ 的值。

23. 设 D 是 xoy 平面上由曲线 $xy=1$, 直线 $y=2, x=1$ 和 $x=2$ 所围成的区域, 试求 $I = \iint_D xe^{xy} dx dy$ 。

五、应用题（本大题 9 分）

24. 经过坐标原点作曲线 $y = \ln x$ 的切线, 该切线与曲线 $y = \ln x$ 及 x 轴围成平面图形 D 。求:

(1) D 的面积。

(2) D 绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积。

六、证明题（本大题 5 分）

25. 证明: 当 $x > 0$ 时, $\sqrt{1+x} < 1 + \frac{x}{2}$ 。