



C.-2

D.2

4. 设  $C$  为正向圆周  $|z-a|=a(a>0)$ , 则积分  $\oint_C \frac{dz}{z^2 - a^2} = ( \quad )$

A.  $-\frac{\pi i}{2a}$

B.  $-\frac{\pi i}{a}$

C.  $\frac{\pi i}{2a}$

D.  $\frac{\pi i}{a}$

5. 设  $C$  为正向圆周  $|z-1|=1$ , 则  $\oint_C \frac{z^3}{(z-1)^5} dz = ( \quad )$

A.0

B.  $\pi i$

C.  $2\pi i$

D.  $6\pi i$

6.  $f(z) = \frac{1}{1+z^2}$  在  $z=1$  处的泰勒展开式的收敛半径为  $( \quad )$

A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B.1

C.  $\sqrt{2}$

D.  $\sqrt{3}$

7. 下列级数中绝对收敛的是  $( \quad )$

A.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3+4i)^n}{n!}$

B.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+3i}{2}\right)^n$

C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$

D.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-i)^n}{\sqrt{n+1}}$

8. 可以使  $f(z) = \frac{1}{z(z+3)^3}$  在点  $z=0$  处的罗朗展开式收敛的区域是  $( \quad )$

A.  $0 < |z| < 2$  或  $2 < |z| < +\infty$

B.  $0 < |z| < +\infty$

C.  $0 < |z-2| < 2$

D.  $0 < |z-2| < +\infty$

9. 点  $z=-1$  是  $f(z) = (z+1)^5 \sin \frac{1}{(z+1)}$  的  $( \quad )$

A. 可去奇点

B. 二阶极点

C. 五阶零点

D. 本性奇点



23. (本题 7 分) 设  $C$  为正向圆周  $|z-i|=\frac{1}{2}$ , 求  $I=\oint_C \frac{dz}{z(z^2+1)}$ .

24. (本题 7 分) 设  $C$  为正向圆周  $|z|=1$ , 求  $I=\oint_C \frac{e^z}{z^5} dz$ .

四、综合题 (下列 3 个小题中, 第 25 题必做, 第 26、27 题中只选做一题。每小题 8 分, 共 16 分)

25. (1) 求  $f(z)=\frac{z}{z^2+1}$  在上半平面内的孤立奇点, 并指出其类型;

(2) 求  $f(z)e^{iz}$  在以上奇点的留数;

(3) 利用以上结果, 求  $I=\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^2+1} dx$ .

26. 设  $D$  为  $Z$  平面的单位圆盘去掉原点及正实轴的区域. 求下列保角映射:

(1)  $w_1=f_1(z)$  把  $D$  映射成  $W_1$  平面的上半单位圆盘  $D_1$ ;

(2)  $w=f_2(w_1)$  把  $D_1$  映射成  $W$  平面的第一象限;

(3)  $w=f(z)$  把  $D$  映射成  $W$  平面的第一象限.

27. 求函数  $3f(t)+2\sin t$  的付氏变换,

$$\text{其中 } f(t)=\begin{cases} 1, & |t|\leq 1 \\ 0, & |t|>1 \end{cases}.$$