

4. 关于谓词公式 $(\forall x)(\forall y)(P(x,y) \wedge Q(y,z)) \wedge (\exists x)p(x,y)$, 下面的描述中错误的是 ()

- A. $(\forall x)$ 的辖域是 $(\forall y)(P(x,y) \wedge Q(y,z))$
- B. z 是该谓词公式的约束变元
- C. $(\exists x)$ 的辖域是 $P(x,y)$
- D. x 是该谓词公式的约束变元

5. 设论域 $D=\{a,b\}$, 与公式 $\exists x A(x)$ 等价的命题公式是 ()

- A. $A(a) \wedge A(b)$
- B. $A(a) \rightarrow A(b)$
- C. $A(a) \vee A(b)$
- D. $A(b) \rightarrow A(a)$

6. 集合 $A=\{1, 2, 3\}$ 上的下列关系矩阵中符合等价关系条件的是 ()

- A. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- B. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- C. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- D. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

7. 设 $A=\{\emptyset\}$, $B=P(P(A))$, 以下不正确的式子是 ()

- A. $\{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ 包含于 B
- B. $\{\{\{\emptyset\}\}\}$ 包含于 B
- C. $\{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ 包括于 B
- D. $\{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ 包含于 B

8. 设 Z 是整数集, $E=\{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$, $f: Z \rightarrow E, f(x)=2x$, 则 f ()

- A. 仅是满射
- B. 仅是入射
- C. 是双射
- D. 无逆函数

9. 设 $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, A 上二元关系 $R=\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 2, 2 \rangle\}$, $S=\{\langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 4, 2 \rangle\}$, 则 $S^{-1} \circ R^{-1}$ 的运算结果是 ()

- A. $\{\langle 4, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 4, 2 \rangle\}$
- B. $\{\langle 2, 4 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 4, 2 \rangle\}$
- C. $\{\langle 4, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle\}$
- D. $\{\langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 4, 4 \rangle\}$

10. 设有代数系统 $G=\langle A, * \rangle$, 其中 A 是所有命题公式的集合, $*$ 为命题公式的合取运算, 则 G 的幺元是 ()

- A. 矛盾式
- B. 重言式
- C. 可满足式
- D. 公式 $p \wedge q$

11. 在实数集合 R 上, 下列定义的运算中不可结合的是 ()

- A. $a*b=a+b+2ab$
- B. $a*b=a+b$
- C. $a*b=a+b+ab$
- D. $a*b=a-b$

- _____。
24. 设 $\langle A, \leq \rangle$ 是偏序集, 若 A 中_____都有最小上界和_____则称 A 关于偏序 \leq 构成格。
25. 若一条路中, 所有边均不相同, 则此路称作_____; 若一条路中所有的结点均不相同, 则称此路为_____。

三、计算题 (本大题共 6 小题, 第 26、27 小题各 4 分, 第 28、29 小题各 5 分, 第 30、31 小题各 6 分, 共 30 分)

36. 试画出结点数为 3 的 (1) 强连通图; (2) 单向连通图; (3) 弱连通图; (4) 非连通图。
27. 设 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in A \wedge (y = x + 1 \vee y = \frac{x}{2}) \}$, $S = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in A \wedge (x = y + 2) \}$ 。试求 $R \circ S \circ R$
28. 在全体正整数集合 Z^+ 中规定 \cap, \cup 为: 对任意的 $a, b \in Z^+$,
 $a \cup b = [a, b]$, 即求 a, b 的最小公倍数;
 $a \cap b = (a, b)$, 即求 a, b 的最大公约数;
则运算 \cap, \cup 满足结合律, 交换律和吸收律, 于是 $\langle Z^+, \cap, \cup \rangle$ 是一个格。判断下列集合是否是 $\langle Z^+, \cap, \cup \rangle$ 的子格?
- 1) $A = \{1, 2, 3, 9, 12, 72\}$
 - 2) $A = \{1, 2, 3, 12, 18\}$
 - 3) $A = \{5, 5^2, 5^3, \dots, 5^n\}$
 - 4) $T = 2Z^+ = \{2k \mid k \in Z^+\}$
29. 求命题公式 $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \vee p)$ 的主析取范式。
30. 结出命题公式 $(p \vee (\neg p \wedge q)) \wedge ((\neg p \vee q) \wedge \neg q)$ 的二叉树表示。
31. 设 $A = \{a, b, c, d\}$, $R = \{ \langle a, c \rangle, \langle c, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle a, d \rangle \}$, 求 $R, r(R), s(R), t(R)$ 的关系图。

四、证明题 (本大题共 3 小题, 第 32、33 小题各 6 分, 第 34 小题 8 分, 共 20 分)

32. 设 A 是非空集合, $P(A)$ 是 A 的幂集, \subseteq 是集合的包含关系, 则 $\langle P(A), \subseteq \rangle$ 是格, 证明: $\langle P(A), \subseteq \rangle$ 是有补格。
33. 设 $\langle \{a, b\}, * \rangle$ 是半群, 其中 $a * a = b$, 证明: (1) $a * b = b * a$; (2) $b * b = b$ 。
34. 若一棵树恰有 2 个结点的度数为 1, 则它必是一条欧拉路。

五、应用题 (本大题共 2 小题, 第 35 小题 6 分, 第 36 小题 9 分, 共 15 分)

35. 设 I 是整数集, $<, >, =, \leq, \geq, \neq$ 是 I 上的二元关系, 分别表示小于, 大于、等于、小于等于, 大于等于, 不等于, 那么这些关系会满足什么性质? 试填写下表

	自反	反自反	对称	反对称	传递
<					
>					
=					
≤					
≥					
≠					
≤ ∩ ≥					
≤ ∪ ≥					

36 . 设 $R =$

$$\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}, \mathbb{Z} \text{ 是}$$

整数集, 则:

(1) R 对矩阵的加法和乘法构成一个环;

(2) R 中存在元素 x 是右零因子但不是左零因子。

自考365
www.zikao365.com

