

7. 方程 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 在空间直角坐标系中表示 【 】
- A. 双曲线 B. 双曲柱面 C. 椭圆 D. 椭圆柱面
8. 已知 $f(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ -x^2, & x \geq 0 \end{cases}$, 则 $f(x^2) =$ 【 】
- A. $-x^4$ B. $-x^2$ C. x^2 D. x^4
9. 对于函数 $y = \cos x$, 限制 $x \in [0, \pi]$, 则它的反函数 $y = \arccos x$ 的定义域和值域分别为 【 】
- A. $[-1, 1]$ 和 $[0, \pi]$ B. $[0, \pi]$ 和 $[-1, 1]$
 C. $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 和 $[-1, 1]$ D. $[-1, 1]$ 和 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$
10. 数列 $\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{4}{5}, \dots, (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}, \dots$ 【 】
- A. 极限是 1 B. 极限是 -1
 C. 有两个极限 1 和 -1 D. 没有极限
11. 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + 2a_n + 1) =$ 【 】
- A. $a^2 + 1$ B. $2a + 1$ C. 1 D. $(a + 1)^2$
12. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列函数中极限为 1 的是 【 】
- A. $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ B. $f(x) = \sin x$ C. $f(x) = \frac{\cos x}{x}$ D. $f(x) = \frac{1}{x}$
13. 已知 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = b$, 若 $f(x) \leq g(x), x \in (-\infty, +\infty)$, 则必有 【 】
- A. $a < b$ B. $a \neq b$ C. $a \leq b$ D. $a \geq b$
14. 下列数列中 $n \rightarrow \infty$ 时为无穷小量的是 【 】
- A. $\{\frac{1}{n} \sin n\}$ B. $\{n \sin \frac{1}{n}\}$ C. $\{n \sin n\}$ D. $\{\sin n\}$
15. 下列函数中, $x = 1$ 是 $f(x)$ 的可去间断点的是 【 】
- A. $f(x) = \frac{1}{x}$ B. $f(x) = \frac{1}{x+1}$

18. 已知 $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ 【 】
- A. $\sqrt{\frac{y}{x}}$ B. $-\sqrt{\frac{y}{x}}$ C. $\sqrt{\frac{x}{y}}$ D. $-\sqrt{\frac{x}{y}}$
19. 设 $y = f(u)$ 是可微函数, u 是 x 的函数, 则 $dy =$ 【 】
- A. $f'(u)udx$ B. $f'(u)dx$ C. $f'(u)du$ D. $f(u)du$
20. 设 $f(x)$ 在 (a, b) 内可导, $x_0 \in (a, b)$, 则 【 】
- A. $f'(x_0) = 0$ 时, $f(x_0)$ 是极值 B. $f(x_0)$ 是极值时, $f'(x_0) = 0$
 C. $f(x_0)$ 是极小值时, $f''(x_0) > 0$ D. $f(x_0)$ 是极大值时, $f''(x_0) < 0$
21. 若函数 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 【 】
- A. $\int F(x) dx = f(x) + C$ B. $\int F'(x) dx = f(x) + C$
 C. $\int f(x) dx = F(x) + C$ D. $\int f'(x) dx = F(x) + C$
22. 下列计算正确的是 【 】
- A. $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin x + C$ B. $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}} dx = \arctan x + C$
 C. $\int \sec x dx = \csc x + C$ D. $\int \tan x dx = -\ln |\cos x| + C$
23. 下列不等式成立的是 【 】
- A. $\int_0^1 x dx < \int_0^1 x^3 dx$ B. $\int_1^2 x dx > \int_1^2 x^2 dx$
 C. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx > \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ D. $\int_3^5 \ln x dx > \int_3^5 (\ln x)^3 dx$
24. 设 $f(x)$ 为可导函数, 且 $\int_0^{3x} f(t) dt = x^3$, 则 $f(3) =$ 【 】
- A. 3 B. 1 C. 0 D. $\frac{2}{3}$
25. 设 $\begin{vmatrix} k & 2 & 0 \\ 2 & k & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$, 则该等式成立的充分必要条件为 【 】

28. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & -7 & 4 & 7 \\ 0 & -7 & 4 & 7 \end{pmatrix}$ 的秩为【 】
- A. 3 B. 2 C. 1 D. 4
29. 设矩阵 $A_{m \times n}$ 有 $r(A) = r$, 若 $r(A) < r(A, b)$, 则线性方程组 $Ax = b$ 【 】
- A. 有解 B. 无解 C. 有无穷多解 D. 有唯一解
30. 齐次线性方程组 $Ax = 0$ 是线性方程组 $Ax = b$ 的导出组, 则下列说法正确的是【 】
- A. $Ax = b$ 有无穷多个解时, $Ax = 0$ 有非零解
B. $Ax = 0$ 只有零解时, $Ax = b$ 有唯一解
C. $Ax = 0$ 只有零解时, A 可逆
D. $Ax = 0$ 一定有解

二、填空题(本大题共 10 小题, 每小题 1 分, 共 10 分)

请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

31. 已知 $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2, \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____.
32. 过点 $(1, -2, -1)$ 且垂直于平面 $x - y + 2z - 5 = 0$ 的直线的标准式方程为 _____.
33. 已知 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上连续, 且取到最大值 1, 最小值 0, 则 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的值域为 _____.
34. 已知 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+a}, & x \neq 1 \\ \frac{1}{3}, & x = 1 \end{cases}$ 是定义域上的连续函数, 则常数 $a =$ _____.
35. 若 $f(x) = 3x^2 - e^x$, 则 $f''(0) =$ _____.

39. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, 则矩阵 $AB =$ _____.

40. 如果非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的增广矩阵 $(A \ b)$ 经初等行变换后化为 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,
则该非齐次线性方程组的一般解为_____.

三、计算题(一)(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

41. 求通过点 $(2, 1, -3)$ 且平行于平面 $x - 8y + 2z + 3 = 0$ 的平面方程.

42. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x - x^2}{\sin x}$.

43. 计算 $\int \frac{x^2 + \sqrt{x} + 2}{2x} dx$.

44. 用公式 $A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^*$, 求 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 的逆.

四、计算题(二)(本大题共 4 小题,每小题 7 分,共 28 分)

45. 求以点 $(1, 2, 3)$ 与点 $(-1, 6, -5)$ 所连线段为直径的球面方程.

46. 设 $y = \ln(2 - \sin x)$, 求 $y'' \Big|_{x=\pi}$.

47. 计算 $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx$.

48. 若线性方程组
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = a \end{cases}$$
 有解, 求 a 的值.

五、解答题(本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

49. 求函数 $y = \frac{4(x-1)}{x^2}$ 的极值与拐点。

50. 设平面图形由曲线 $y = \sin x$, x 轴及直线 $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ 围成。

- 1) 求该图形的面积 S 。
- 2) 求该图形绕 x 轴旋转形成的旋转体的体积 V 。