

2023年10月高等教育自学考试全国统一命题考试

概率论与数理统计（经管类）

（课程代码 04183）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 设 A, B 为随机事件，则 $\overline{AB} =$
 A. $\overline{A} \cap \overline{B}$ B. $A \cap \overline{B}$ C. $\overline{A} \cap B$ D. $\overline{A} \cup \overline{B}$
2. 设随机变量 $X \sim N(-3, 2)$ ，则下列随机变量服从标准正态分布的是
 A. $\frac{X+3}{2}$ B. $\frac{X+3}{\sqrt{2}}$ C. $\frac{X-3}{2}$ D. $\frac{X-3}{\sqrt{2}}$

3. 设随机变量 X 的分布律为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{4}$	c	$2c$

，则 $P\{X \geq 1\} =$

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

4. 设 X 服从区间 $[0, 3]$ 上的均匀分布，则 $P\{|X| < 1\} =$

- A. 0 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1

5. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

	Y	1	2
X	0	0.1	0.2
	1	0.4	0.3

则 $P\{Y - X \geq 1\} =$

- A. 0.3 B. 0.5 C. 0.6 D. 0.8

6. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且分别服从参数为2与3的泊松分布，则 $P\{X+Y=0\} =$

- A. e^{-5} B. e^{-3} C. e^{-2} D. e^{-1}

7. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $D(X)=3$ ， $D(Y)=2$ ，则 $D(2X-Y) =$

- A. 4 B. 8 C. 14 D. 16

8. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

	Y	2	3
X	0	0.2	0
	1	0.3	0.5

则 $E(XY) =$

- A. 0.8 B. 1.5 C. 2.1 D. 2.5

9. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， X_1, X_2, \dots, X_n ($n \geq 2$) 是来自 X 的样本， \bar{X} 是样本均值，

则 $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 服从的分布是

- A. $\chi^2(n)$ B. $\chi^2(n-1)$ C. $t(n)$ D. $t(n-1)$

10. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， X_1, X_2, \dots, X_n 是来自 X 的样本，其中 σ^2 未知， \bar{X} 与 S^2 分别是样本均值和样本方差，检验假设 $H_0: \mu=1; H_1: \mu \neq 1$ ，采用的检验统计量为

- A. $\frac{\bar{X}-1}{S/\sqrt{n}}$ B. $\frac{\bar{X}}{S/\sqrt{n}}$ C. $\frac{\bar{X}-1}{\sigma/\sqrt{n}}$ D. $\frac{\bar{X}}{\sigma/\sqrt{n}}$

第二部分 非选择题

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11. 设 A, B 是随机事件，则随机事件“ A, B 中至少有一个发生”表示为_____。
12. 盒中有 3 个白球，2 个红球，若不放回地随机取出两球，则第二次才取到白球的概率是_____。

13. 设随机变量 X 的分布律为
$$P \begin{array}{c|ccc} X & -1 & 1 & 2 \\ \hline & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{array}, F(x)$$
 是 X 的分布函数，

则 $F(1.5) =$ _____。

14. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} c\sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则常数 $c =$ _____。

15. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布，且 $P\{X > 1\} = e^{-1}$ ，则 $P\{X > 3\} =$ _____。

16. 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$ ， $Y \sim N(0, 1)$ ，且 X, Y 相互独立，则二维随机变量 (X, Y) 的概率密度 $f(x, y) =$ _____。

17. 设随机变量 $X \sim N(2, 4)$ ，且 $Y = 3 - 2X$ ，则 $D(Y) =$ _____。

18. 设随机变量 $X \sim B(16, 0.5)$ ，随机变量 Y 服从参数为 9 的泊松分布，则 $E(X - 2Y + 1) =$ _____。

19. 已知 $E(X) = 2$ ， $E(Y) = 2$ ， $E(XY) = 4$ ，则 X, Y 的协方差 $\text{Cov}(X, Y) =$ _____。

20. 设 $X \sim B(100, 0.4)$ ，则利用切比雪夫不等式估计 $P\{|X - 40| \geq 6\} \leq$ _____。

21. 设总体 $X \sim N(\mu, 1)$ ， X_1, X_2, \dots, X_8 是来自 X 的样本， \bar{X} 为样本均值，则 $E(\bar{X}) =$ _____。

22. 设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布， x_1, x_2, \dots, x_n 为来自 X 的样本值，其样本均值 $\bar{x} = 3$ ，则 λ 的矩估计值 $\hat{\lambda} =$ _____。

23. 设总体 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ， X_1, X_2, \dots, X_n 为来自 X 的样本， \bar{X} 为样本均值；总体 $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ， Y_1, Y_2, \dots, Y_n 为来自 Y 的样本， \bar{Y} 为样本均值，且 X 与 Y 相互独立，则 $D(\bar{X} + \bar{Y}) =$ _____。

24. 设总体 $X \sim N(\mu, 16)$ ， X_1, X_2, \dots, X_n 为来自 X 的样本， \bar{X} 为样本均值。欲检验假设： $H_0: \mu = \mu_0$ ； $H_1: \mu \neq \mu_0$ ，则采用检验统计量的表达式为_____。

25. 在一元线性回归模型 $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ， $i = 1, 2, \dots, n$ 中，记 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ， $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ ，

$L_{xx} = \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2$ ， $L_{yy} = \sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2$ ， $L_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$ ，则 β_1 的最小二乘估计 $\hat{\beta}_1 =$ _____。

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 据统计某仪器在 A, B, C 三种不同状态下工作时间比例为 7:2:1，且发生故障的概率分别为 0.01, 0.02, 0.04。

求：(1) 该仪器发生故障的概率；

(2) 当仪器发生故障时，恰在状态 B 下工作的概率。

27. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} cy^2, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

求：(1) 常数 c ；(2) $P\{X + Y < 1\}$ 。

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设随机变量 X 服从区间 $[0, 1]$ 上的均匀分布，随机变量 Y 的概率密度为

$$f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y > 0, \\ 0, & y \leq 0, \end{cases}$$

且 X 与 Y 相互独立。

求：(1) X 的概率密度 $f_X(x)$ ；(2) (X, Y) 的概率密度 $f(x, y)$ ；(3) $P\{X + Y \leq 1\}$ 。

29. 已知随机变量 X 服从二项分布 $B(100, 0.9)$ ， $Y \sim N(0, 4^2)$ ，且 X 与 Y 的相关系数

$$\rho_{XY} = -\frac{1}{2}, \text{ 设 } Z = \frac{X}{3} - \frac{Y}{2}.$$

求：(1) $D(Z)$ ；(2) ρ_{XZ} 。

五、应用题：本题 10 分。

30. 黄金矩形是指宽度与长度的“比值”近似为 0.618 的矩形，这种矩形会给人比较舒适的视觉感。设某厂生产的矩形工艺品宽度与长度的“比值” $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，现从一批产品中随机抽查 9 件测其“比值”，并计算得样本均值 $\bar{x} = 0.614$ ，样本标准差 $s = 0.036$ 。试问该厂生产的矩形工艺品是否采用了黄金比例设计？

(附： $\alpha = 0.05$, $t_{0.025}(8) = 2.306$)。