

2025 年 4 月高等教育自学考试全国统一考试

概率论与数理统计 (二)

(课程代码 02197)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答, 答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔, 书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 掷一颗骰子, 观察出现的点数. A 表示事件“出现 2 点”, B 表示事件“出现奇数点”, 则
 - A. $A \subset B$
 - B. $A \subset \bar{B}$
 - C. $B \subset A$
 - D. $\bar{A} \subset B$
2. 设随机事件 A 与 B 互不相容, $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.2$, 则 $P(A|B) =$
 - A. 0
 - B. 0.2
 - C. 0.4
 - D. 0.5
3. 设 $P(A) > 0$, $P(B) > 0$, 则由 A 与 B 相互独立不能推出
 - A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
 - B. $P(A|B) = P(A)$
 - C. $P(\bar{B}|\bar{A}) = P(\bar{B})$
 - D. $P(A\bar{B}) = P(A)P(\bar{B})$
4. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 下列结论中不一定成立的是
 - A. $F(+\infty) = 1$
 - B. $F(-\infty) = 0$
 - C. $0 \leq F(x) \leq 1$
 - D. $F(x)$ 为连续函数

5. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y)$, 则 $P\{X > 1\} =$

- A. $\int_{-\infty}^1 dx \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy$
- B. $\int_1^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy$
- C. $\int_{-\infty}^1 f(x, y) dy$
- D. $\int_1^{+\infty} f(x, y) dx$

6. 设随机变量 X 服从参数为 0.5 的指数分布, 则下列选项中正确的是

- A. $E(X) = 0.5$, $D(X) = 0.25$
- B. $E(X) = 2$, $D(X) = 4$
- C. $E(X) = 0.5$, $D(X) = 4$
- D. $E(X) = 2$, $D(X) = 0.25$

7. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且它们分别服从区间 $[-1, 3]$ 和 $[2, 4]$ 上的均匀分布,

则 $E(XY) =$

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

8. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $D(X) = D(Y) = 4$, 则 $D(3X - Y) =$

- A. 8
- B. 16
- C. 32
- D. 40

9. 设 X 为随机变量, $E(X) = 0.1$, $D(X) = 0.01$, 则由切比雪夫不等式可得

- A. $P\{|X - 0.1| \geq 1\} \leq 0.01$
- B. $P\{|X - 0.1| \geq 1\} \geq 0.99$
- C. $P\{|X - 0.1| < 1\} \leq 0.99$
- D. $P\{|X - 0.1| < 1\} \leq 0.01$

10. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 已知, σ^2 未知. $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本, 则下列样本函数中不是统计量的是

- A. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$
- B. $\max_{1 \leq i \leq n} \{X_i\}$
- C. $\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma} \right)^2$
- D. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$

第二部分 非选择题

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11. 从 1, 2, ..., 10 这 10 个自然数中任取 3 个数，则这 3 个数中最大的为 3 的概率是_____.
12. 设随机事件 A 与 B 互不相容， $P(A) = 0.2$ ， $P(A \cup B) = 0.5$ ，则 $P(B) =$ _____.
13. 某射手命中率为 $\frac{2}{3}$ ，他独立地向目标射击 4 次，则至少命中一次的概率为_____.
14. 设 X 服从参数为 $\lambda (\lambda > 0)$ 的泊松分布，且 $P\{X=0\} = \frac{1}{2}P\{X=2\}$ ，则 $\lambda =$ _____.
15. 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-2x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$ 其概率密度为 $f(x)$ ，则 $f(1) =$ _____.
16. 设 $X \sim N(2, 4)$ ，则 $P\{X \leq 2\} =$ _____.
17. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $P\{X \leq 1\} = \frac{1}{2}$ ， $P\{Y \leq 1\} = \frac{1}{3}$ ，则 $P\{X \leq 1, Y \leq 1\} =$ _____.
18. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} c, & 0 < x < 1, 0 < y < 2, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$ 则常数 $c =$ _____.
19. 设 X 为随机变量，且 $E(X) = 2$ ， $D(X) = 4$ ，则 $E(X^2) =$ _____.
20. 设随机变量 X 与 Y 的相关系数为 0.4，且 $D(X) = D(Y) = 9$ ，则 $\text{Cov}(X, Y) =$ _____.
21. 设 $X \sim B\left(5, \frac{1}{5}\right)$ ，则 $D(X) =$ _____.

22. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 独立同分布，且 $E(X_k) = \mu$ ， $D(X_k) = \sigma^2$ ， $k = 1, 2, \dots$ ，则

对任意 $\varepsilon > 0$ ，都有 $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\left|\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k - \mu\right| > \varepsilon\right\} =$ _____.

23. 设总体 $X \sim N(0, 0.25)$ ， $X_1, X_2, \dots, X_7$ 为来自总体的样本，要使 $\alpha \sum_{i=1}^7 X_i^2 \sim \chi^2(7)$ ，

则应取常数 $\alpha =$ _____.

24. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， X_1, X_2, X_3 来自 X 的样本，若 $\hat{\mu} = \frac{1}{5}X_1 + \frac{3}{10}X_2 + cX_3$ 是未知参数 μ 的无偏估计，则常数 $c =$ _____.

25. 设某个假设检验问题的拒绝域为 W ，且当原假设 H_0 成立时，样本值 $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 落入 W 的概率为 0.15，则犯第一类错误的概率为_____.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 设某批产品中，甲、乙、丙三厂生产的产品分别占 45%、35%、20%，各厂产品的次品率分别为 4%、2%、5%，现从中任取一件。

- (1) 求取到的是次品的概率；
- (2) 经检验发现取到的产品为次品，求该产品是甲厂生产的概率。

27. 设连续型随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} kx, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

求：(1) 常数 k 的值；(2) X 的分布函数 $F(x)$ ；(3) $P\{-0.5 < X < 0.5\}$ 。

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$\begin{matrix} Y \\ X \end{matrix}$	-1	0
0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

求：(1) (X, Y) 关于 X 和关于 Y 的边缘分布律；

(2) 判断 X 与 Y 是否相互独立？

(3) $P\{X+Y=0\}, P\{Y=-1|X=1\}$.

29. 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ kx + b, & 0 \leq x < \pi, \\ 1, & x \geq \pi. \end{cases}$

求：(1) 常数 k 和 b 的值；(2) $E(X)$ 和 $D(X)$.

五、应用题：本大题共 1 小题，每小题 10 分，共 10 分。

30. 设人的身高 X (单位：cm) 服从正态分布，从初一女生中随机抽取 6 名，测其身高分别为：149, 159, 152, 165, 157, 142.

求：(1) 样本均值 $\bar{x}$ 及样本方差 s^2 ；

(2) 总体均值 μ 的置信度为 95% 的置信区间. (附： $t_{0.025}(5) = 2.571$, $t_{0.05}(5) = 2.015$)