座位号：________

姓名：________

绝密★启用前

2025年4月高等教育自学考试全国统一命题考试

概率论与数理统计（经管类）

（课程代码　04183）

注意事项：

1．本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。

2．应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。

3．涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1．设A,B是随机事件，且$P(A)=0.5$，$P(\overline{B}\mid A)=0.4$，则$P(AB)=$

A．0.2　　B．0.3　　C．0.4　　D．0.5

2．设随机变量X的概率密度为$f(x)=\begin{cases}c\sqrt{x}, & 0\leqslant x\leqslant 1,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$则常数$c=$

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．1　　D．$\frac{3}{2}$

3．设随机变量$X\sim N(-2,2)$，则在下列随机变量中，服从$N(0,1)$分布的是

A．$\frac{1}{\sqrt{2}}(X-2)$　　B．$\frac{1}{2}(X-2)$

C．$\frac{1}{\sqrt{2}}(X+2)$　　D．$\frac{1}{2}(X+2)$

4．设随机变量X与Y相互独立，分布律分别为$\begin{array}{c|cc} X & 0 & 1 \\ \hline P & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}$，$\begin{array}{c|cc} Y & 1 & 2 \\ \hline P & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{array}$，则$P\{X=Y\}=$

A．0　　B．$\frac{1}{6}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{2}$

5．设随机变量X与Y相互独立，且$X\sim N(4,16)$，$Y\sim N(2,4)$，$Z=X-2Y$，则$Z\sim$

A．$N(0,8)$　　B．$N(0,12)$　　C．$N(0,24)$　　D．$N(0,32)$

6．设X为随机变量，若$E(X)=-1$，$D(X)=3$，则$E(3X^2-3)=$

A．6　　B．9　　C．30　　D．36

7．设随机变量$X\sim B(n,0.2)$，且$D(X)=0.8$，则参数$n=$

A．5　　B．10　　C．20　　D．40

8．设总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n(n\geqslant 2)$为来自该总体的样本，$\overline{X}$为样本均值，则$Y=\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$服从的分布是

A．$N(0,1)$　　B．$t(n-1)$　　C．$\chi^2(n-1)$　　D．$\chi^2(n)$

9．设X_1,X_2,X_3是来自总体X的样本，且$E(X)=\mu$，若$\hat{\mu}=2aX_1-X_2+aX_3$是μ的无偏估计，则常数$a=$

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{3}$

10．设$X_1,X_2,\cdots,X_n(n>1)$是来自总体$N(\mu,\sigma^2)$的样本，其中μ,σ^2均未知，$\overline{X}$与S^2分别是样本均值和样本方差，欲检验假设$H_0:\mu=\mu_0;H_1:\mu\neq\mu_0$，其中$\mu_0$为已知数，则检验统计量是

A．$\frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$　　B．$\frac{\overline{X}-\mu_0}{S}$

C．$\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n-1}}$　　D．$\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$

第二部分　非选择题

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11．掷两颗骰子，则出现点数之和等于 6 的概率是________.

12．设随机事件 A 与 B 相互独立，且 $P(B|A)=0.3$，$P(A)=0.4$，则 $P(A\cup B)=$________.

13．设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|ccc} X & -1 & 1 & 2 \\ \hline P & \frac{c}{2} & c & \frac{3c}{2} \end{array}$，则常数 $c=$________.

14．设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} ax^3, & 0<x<1, \\ 0, & 其他, \end{cases}$ 则 $P\left\{-1<X\leqslant\frac{1}{2}\right\}=$________.

15．已知随机变量 $X\sim N(\mu,4)$，$Y=aX+b\ (a>0)$，若 $Y\sim N(0,1)$，则常数 $a=$________.

16．设 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} c, & 0\leqslant x\leqslant 2, 0\leqslant y\leqslant 2, \\ 0, & 其他, \end{cases}$ 则常数 $c=$________.

17．设 (X,Y) 的分布律为

X \ Y	0	1	2
1	0.1	0.1	0.2
2	0.25	0.2	0.15

则 $P\{X-Y=0\}=$________.

18．设随机变量 X 服从区间 $[1,a]$ 上的均匀分布，若 $E(X)=3$，

则 $P\{0\leqslant X\leqslant 4\}=$________.

19．设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且 $D(X)=2$，则 $P\{X=2\}=$________.

20．设随机变量 X,Y 满足 $D(X)=25, D(Y)=1, \rho_{XY}=0.4$，则 $D(X-Y)=$________.

21．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$ 是独立同分布的随机变量序列，且 $E(X_i)=\mu$，$D(X_i)=\sigma^2>0$

$(i=1,2,\cdots,n,\cdots)$，记 $Y_n=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}X_i-n\mu}{\sqrt{n}\sigma}$，则 $\lim_{n\to\infty}P\{Y_n\leqslant 0\}=$________.

22．设总体 $X\sim N(1,9)$，$X_1,X_2,\cdots,X_9$ 是来自 X 的样本，$\bar{X}$ 是样本均值，则 $\bar{X}$ 服从的分布是________.

23．设 X_1,X_2 是来自总体 X 的样本，$E(X)=\mu$，若用 $\hat{\mu}_1=\frac{1}{3}X_1+\frac{2}{3}X_2$，$\hat{\mu}_2=2X_1-X_2$，$\hat{\mu}_3=\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2$ 估计 μ，则其中较为有效的是________.

24．设 $X_1,X_2,\cdots,X_m(m>1)$ 与 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_n(n>1)$ 相互独立，分别是来自总体 $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$ 的样本，且 $\bar{X}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}X_i$，$\bar{Y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}Y_i$，$S_1^2=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(X_i-\bar{X})^2$，$S_2^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2$，欲检验假设 $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2; H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$，则当 H_0 成立时，服从分布为 $F(m-1,n-1)$ 的检验统计量 $F=$________.

25．设线性回归模型 $y_i=\beta_0+\beta_1x_i+\varepsilon_i$，$E(\varepsilon_i)=0, D(\varepsilon_i)=\sigma^2(i=1,2,\cdots,n)$，且 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\cdots,\varepsilon_n$ 相互独立，记 $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i, \bar{y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i$，若 β_1 的最小二乘估计为 $\hat{\beta}_1$，则 β_0 的最小二乘估计 $\hat{\beta}_0=$________.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26．已知 8 支步枪中有 5 支已校准，3 支未校准，已校准步枪和未校准步枪对移动靶的命中率分别为 0.8 和 0.3，现任选一支进行射击.

（1）求射击的命中率；（2）如果命中靶位，求所用步枪是校准过的概率.

27．设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} cx, & 0\leqslant y\leqslant x\leqslant 1, \\ 0, & 其他, \end{cases}$

求：（1）常数 c；（2）$P\left\{X\geqslant\frac{1}{2}, Y<\frac{1}{2}\right\}$.

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28．设某种元件的寿命 X（单位：h）服从参数 $\lambda=\frac{1}{1000}$ 的指数分布，现有三个该种元件，其寿命相互独立，

求：（1）一个元件的寿命超过 $1000h$ 的概率；

（2）三个元件的寿命都超过 $1000h$ 的概率.

29．设二维随机变量(X,Y)的分布律为

$X \backslash Y$	0	1
-1	0.3	0.2
2	0.2	0.3

（1）问X与Y是否相互独立？说明理由；（2）求相关系数ρ_{XY}；（3）求$P\{X-Y>0\}$．

五、应用题：本题10分。

30．设某种合成材料的抗拉强度X服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，随机抽取容量为16的样本作抗拉试验，得到样本均值$\overline{x}=678$，样本标准差$s=20$，求μ的置信度为0.95的置信区间．（附：$t_{0.05}(15)=1.753$，$t_{0.025}(15)=2.132$）