

绝密★启用前

2021 年 10 月高等教育自学考试全国统一命题考试

高等数学(工本)

(课程代码 00023)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分,第一部分为选择题,第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答,答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔,书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

座号

姓名

第一部分 选择题

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设向量 $\alpha = \{0, -1, 1\}$, 则向量 2α 的模为
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$
2. 设函数 $z = \ln(x^2 + y^2)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$
A. $2x$ B. $\frac{2x}{x^2 + y^2}$ C. $\frac{2y}{x^2 + y^2}$ D. $\frac{2x + 2y}{x^2 + y^2}$
3. 下列微分方程中,不是一阶微分方程的是
A. $x^2 y'' - xy' + y = 0$ B. $(x^2 - y^2) dx + (x^2 + y^2) dy = 0$
C. $x(y')^2 - 2xy' + x = 0$ D. $y' + y = \sin^2 x$
4. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 在 $x = 2$ 处发散,则该幂级数在 $x = -3$ 处
A. 绝对收敛 B. 条件收敛 C. 发散 D. 敛散性不确定
5. 设积分区域 $D: (x - 1)^2 + y^2 \leq 1$, 则二重积分 $\iint_D (3 - y) dx dy =$
A. 0 B. π C. 2π D. 3π

6. 在直线 $L: \begin{cases} x + 2y - z - 7 = 0 \\ 2x - y - z - 7 = 0 \end{cases}$ 上的点是
A. $(2, 1, -4)$ B. $(1, -2, -3)$ C. $(0, 0, -7)$ D. $(0, 0, 7)$
7. 函数 $z = 3 - x^2 - y^2$ 在点 $(0, 0)$ 处
A. 取得极大值 B. 取得极小值
C. 没有取得极值 D. 不能确定是否取得极值
8. 设积分区域 $\Omega: -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 2$, 则三重积分 $\iiint_{\Omega} (4 + x) dx dy dz =$
A. 14 B. 16 C. 18 D. 20
9. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ 的和为
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2
10. 设 C 是任意常数, 则微分方程 $\frac{dy}{dx} = 2xy$ 的通解 $y =$
A. $x + C$ B. $\frac{C}{x}$ C. Ce^x D. Ce^{x^2}

第二部分 非选择题

- 二、计算题:本大题共 10 小题,每小题 6 分,共 60 分。
11. 求过点 $M(-1, -2, 3)$ 且与平面 $x - 2y - z + 5 = 0$ 平行的平面方程。
 12. 求过两点 $M_1(3, 1, -2)$ 和 $M_2(1, 0, 2)$ 的直线方程。
 13. 求空间曲线 $\Gamma: x = t, y = t, z = t^2 - 3t$ 在点 $A(1, 1, -2)$ 处的切线方程。
 14. 求函数 $u = xyz$ 在点 $A(2, 1, 1)$ 处的梯度。
 15. 设 $z = z(x, y)$ 由方程 $e^z + 2xy - 3yz = 0$ 所确定, 求 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。
 16. 计算二重积分 $\iint_D (2x + y) dx dy$, 其中积分区域 D 是由 $x + y = 2, y = x$ 及 x 轴所围的闭区域。
 17. 计算对弧长的曲线积分 $I = \int_L (x + y) ds$, 其中 L 是由点 $A(2, -1)$ 沿直线 $x - 2y - 4 = 0$ 到点 $B(4, 0)$ 的直线段。

18. 计算对坐标的曲线积分

$$I = \oint_L (1 - 2x\sin y + 3x^2y^2) dx + (2xy - x^2\cos y + x) dy$$

其中 L 为圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 的逆时针方向.

19. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{5^n}$ 的敛散性.

20. 求微分方程 $y'' + 4y' + 4y = 0$ 的通解.

三、综合题:本大题共 2 小题,每小题 5 分,共 10 分。

21. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}n}{3^{n-1}}$ 是否收敛? 若收敛,是绝对收敛还是条件收敛?

22. 计算对坐标的曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} (1 - z^2) dxdy$, 其中 Σ 是半球面 $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ 被三个坐标面所截得在第一卦限部分曲面的上侧.