

全国 2020 年 8 月高等教育自学考试
概率论与数理统计(二) 试题
课程代码:02197

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 将一枚骰子连掷两次,事件 A 表示“两次均出现 1 点”,则 $P(A) =$

- A. $\frac{1}{36}$ B. $\frac{1}{18}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{3}$

2. 设事件 A 与 B 相互独立,且 $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, 则 $P(\overline{A}\overline{B}) =$

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

3. 设 A 与 B 互为对立事件,且 $P(A) > 0$, $P(B) > 0$, 则下列结论不成立的是

- A. $P(B) = 1 - P(A)$ B. $P(A|B) = 0$
C. $P(A|\overline{B}) = 1$ D. $P(\overline{A \cup B}) = 1$

4. 设随机变量 $X \sim N(-1, 2^2)$, $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数, 则 $P\{-1 < X \leq 2\} =$

- A. $\Phi(2) - \Phi(-1)$ B. $\Phi\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2}$
C. $\Phi\left(\frac{3}{2}\right)$ D. $\Phi(3) - \frac{1}{2}$

5. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} ce^{-2x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$ 则常数 $c =$

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

6. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, $\frac{X}{P} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline -2 & -1 & 0 & \\ \hline 0.3 & 0.3 & 0.4 & \\ \hline \end{array}, \frac{Y}{P} \begin{array}{|c|c|c|} \hline -0.5 & 1 & 3 \\ \hline 0.5 & 0.25 & 0.25 \\ \hline \end{array},$

则 $P\{X = -2|Y = 1\} =$

- A. 0.25 B. 0.3 C. 0.4 D. 0.5

7. 设 X 与 Y 为随机变量, C 是任意常数, 则下列结论一定成立的是

- A. $D(XY) = D(X)D(Y)$ B. $D(X - Y) = D(X) - D(Y)$
C. $D(X - Y + C) = D(X - Y)$ D. $D(X - Y) = D(X) + D(Y)$

8. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $X \sim N(2, 3^2)$, $Y \sim N(3, 4^2)$, 则 $D(2X - Y + 1) =$

- A. 8 B. 20 C. 52 D. 53

9. 设总体 X 服从区间 $[0, 3\theta]$ 上的均匀分布, 未知参数 $\theta > 0$, \bar{X} 为样本均值, 则 θ 的矩估计是

- A. $\frac{1}{3}\bar{X}$ B. $\frac{2}{3}\bar{X}$ C. $\frac{3}{2}\bar{X}$ D. $3\bar{X}$

10. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 1)$ 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 其中 σ^2 未知, \bar{X} 和 S^2 分别是样本均值和样本方差, 对于检验假设 $H_0: \mu = \mu_0; H_1: \mu \neq \mu_0$, 当显著性水平为 α 时 H_0 的拒绝域为

- A. $\left\{ \left| \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right| > u_{\frac{\alpha}{2}} \right\}$ B. $\left\{ \left| \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right| < u_{\frac{\alpha}{2}} \right\}$
C. $\left\{ \left| \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \right| > t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \right\}$ D. $\left\{ \left| \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \right| < t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \right\}$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题: 本大题共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分。

11. 设 A, B 为随机事件, 且 $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(AB) = \frac{1}{8}$, 则 $P(A \cup B) =$ _____.

12. 设某电梯从第一层升到第 12 层, 在第一层时电梯内共有 10 位乘客, 每位乘客从第 2 层到第 12 层每层离开电梯是等可能的, 事件 A 表示“这 10 位乘客在同一层离开电梯”, 则 $P(A) =$ _____.

13. 设 $P(A) = 0.7$, $P(A - B) = 0.3$, 则 $P(\overline{AB}) =$ _____.

14. 设随机变量 X 服从区间 $[1, 5]$ 上的均匀分布, 则 $P\{2 < X \leq 3\} =$ _____.

15. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 且 $F(3) = 0.8$, $F(0) = 0$, 则 $P\{0 < X \leq 3\} =$ _____.

16. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

Y	-1	0	1
X	-1	1	2
	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$
	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$

则 $P\{X = Y\} =$ _____.

17. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, X 和 Y 的概率密度分别为 $f_X(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$

$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{5}, & 0 \leq y \leq 5, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则当 $x > 0, 0 \leq y \leq 5$ 时, (X, Y) 的概率密度 $f(x, y) =$ _____.

18. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, X 和 Y 的概率密度分别为 $f_X(x) = \begin{cases} 3e^{-3x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$

$f_Y(y) = \begin{cases} 4e^{-4y}, & y > 0, \\ 0, & y \leq 0, \end{cases}$ 则 $P\{0 \leq X \leq 1, 0 \leq Y \leq 2\} =$ _____.

19. 设随机变量 $X \sim B(6, 0.2)$, 则 $D(-2X + 3) =$ _____.

20. 设随机变量 X 服从区间 $[0, 1]$ 上的均匀分布, 则由切比雪夫不等式可得

$$P\left\{\left|X - \frac{1}{2}\right| \geq \frac{1}{3}\right\} \leq \text{_____}.$$

21. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自 X 的样本, \bar{X} 为样本均值, S^2 为样本

方差, 则 $\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim$ _____.

22. 设 X_1, X_2, X_3, X_4 为来自总体 X 的样本, 且 $X \sim N(\mu, 3^2)$, \bar{X} 为样本均值, 则 $E(\bar{X} - \mu)^2 =$ _____.
23. 设 X_1, X_2, \dots, X_9 为来自正态总体 $N(0, 1)$ 的样本, 则 $\sum_{i=1}^9 X_i^2$ 服从的分布是 _____.
24. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma_0^2)$ 的样本, σ_0^2 已知, S^2 为样本方差, 则 $E(S^2) =$ _____.
25. 设某个检验假设的拒绝域为 W , 当原假设 H_0 成立时, 样本 $(X_1, X_2, \dots, X_n) \in W$ 的概率为 0.1, 则犯第一类错误的概率为 _____.

三、计算题: 本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分。

26. 设 $P(\bar{A}) = 0.3$, $P(B) = 0.4$, $P(A\bar{B}) = 0.5$. 求: $P(B|(A \cup \bar{B}))$.

27. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{16}x^2, & -2 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

求: (1) $E(X)$, $D(X)$; (2) $P\{|X - E(X)| < D(X)\}$.

四、综合题: 本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分。

28. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

	Y	0	1
X			
0		$\frac{2}{25}$	b
1		a	$\frac{3}{25}$
2		$\frac{1}{25}$	$\frac{2}{25}$

且 $P\{Y=1|X=0\} = \frac{3}{5}$.

(1) 求常数 a, b ; (2) 求 (X, Y) 关于 X, Y 的边缘分布律; (3) 判断 X 与 Y 的独立性.

29. 设二维随机变量 $(X, Y) \sim N(0, 1, 1^2, 2^2, \rho)$.

求: (1) 当 $\rho = 0$ 时, $E(X - 2Y + 1)$, $D(X - 2Y + 1)$;

(2) 当 $\rho = -\frac{1}{2}$ 时, $E(Y^2 - XY)$, $D(X - 2Y)$.

五、应用题: 10 分。

30. 设某产品长度 (单位: mm) 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 现随机抽取该产品 36 件, 测其长度并算得样本均值 $\bar{x} = 2050$, 样本标准差 $s = 250$. 可否认为这批产品的平均长度为 2000 (mm)? (附: $\alpha = 0.1, t_{0.05}(35) = 1.6896$)