

座位号：

姓名：

绝密★启用前

2021 年 4 月高等教育自学考试全国统一命题考试  
概率论与数理统计（二）

(课程代码 02197)

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

### 第一部分 选择题

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 对于事件  $A, B, C$ ，下列命题不成立的是
  - A. 若  $A \subset B$ ，则  $A \cup B = B$
  - B. 若  $A \subset B$ ，则  $AB = B$
  - C. 若  $A \subset B$ ，则  $\bar{B} \subset \bar{A}$
  - D. 若  $AB = \emptyset$ ，且  $C \subset A$  则  $BC = \emptyset$
2. 设事件  $A$  与  $B$  互不相容，且  $P(A) = 0.5$ ， $P(B) = 0.3$ ，则  $P(A - B) =$ 
  - A. 0.2
  - B. 0.3
  - C. 0.5
  - D. 0.8
3. 现有 10 只电子产品，在其中取两次，每次任取一只，取后不放回。已知取出的两只都是正品的概率为  $\frac{28}{45}$ ，则其中的次品数为
  - A. 0
  - B. 1
  - C. 2
  - D. 3
4. 设随机变量  $X \sim N(3, 2^2)$ ，且  $P\{X > c\} = P\{X \leq c\}$ ，则常数  $c =$ 
  - A. 0
  - B. 2
  - C. 3
  - D. 4
5. 对于任意参数，随机变量  $X$  均可满足  $E(X) = D(X)$ ，则  $X$  服从的分布一定是
  - A. 二项分布
  - B. 泊松分布
  - C. 均匀分布
  - D. 指数分布

6. 设随机变量  $X \sim N(2, 2^2)$ ，在下列随机变量中服从标准正态分布的是

$$A. \frac{X-2}{2} \quad B. \frac{X-2}{4} \quad C. \frac{X}{2} \quad D. \frac{X}{4}$$

7. 设随机变量  $X \sim N(1, 4^2)$ ， $Y \sim N(0, 2^2)$ ， $X$  与  $Y$  相互独立，则  $D(X - Y) =$ 

$$A. 2 \quad B. 6 \quad C. 12 \quad D. 20$$

8. 设总体  $X \sim N(0, 1)$ ， $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 1)$  为来自  $X$  的样本， $\bar{X}$  与  $S^2$  分别为样本均值与样本方差，则服从自由度为  $n-1$  的  $\chi^2$  分布的统计量是

$$A. (n-1)S^2 \quad B. (n-1)\bar{X}^2 \\ C. S \quad D. \bar{X}$$

9. 设总体  $X \sim N(0, \sigma^2)$ ， $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 1)$  为来自  $X$  的样本， $\bar{X}$  为样本均值，则未知参数  $\sigma^2$  的无偏估计是

$$A. \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad B. \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \\ C. \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i^2 \quad D. \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n X_i^2$$

10. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma_0^2)$ ，其中  $\sigma_0^2$  已知，样本容量  $n$  和置信水平  $1-\alpha$  均不变，则对不同的样本观测值， $\mu$  的置信区间长度  $l$  的变化是

$$A. \text{变小} \quad B. \text{变大} \quad C. \text{不变} \quad D. \text{不确定}$$

## 第二部分 非选择题

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11. 已知  $P(A) = \frac{1}{4}$ ,  $P(B|A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(A|B) = \frac{1}{2}$ , 则  $P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
  12. 设随机事件  $A$  与  $B$  相互独立,  $P(A) = P(B) = \frac{1}{3}$ , 则  $P(\bar{A}\bar{B}) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
  13. 甲、乙两人对弈一局, 两人下成和棋的概率是  $\frac{1}{2}$ , 乙获胜的概率是  $\frac{1}{3}$ , 则甲获胜的概率是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
  14. 某射手射击所得环数  $X$  的分布律为 
$$\begin{array}{c|ccccc} X & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ \hline P & 0.1 & 0.28 & 0.11 & 0.29 & 0.22 \end{array}$$
, 如果命中 8~10 环为优秀, 则这名射手射击一次为优秀的概率是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
  15. 设随机变量  $X \sim N(0,1)$ , 已知  $P\{|X|>x\}=0.05$ ,  $P\{X \leq 1.96\}=0.975$ , 则  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ .
  16. 设随机变量  $X$  服从参数为  $\lambda$  的泊松分布, 随机变量  $Y$  服从二项分布  $B\left(2, \frac{1}{2}\right)$ , 且满足  $P\{X=0\}=P\{Y=0\}$ , 则  $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$ .
  17. 设随机变量  $X$  服从参数为 1 的指数分布, 则  $P\{X \geq 2\} = \underline{\hspace{2cm}}$ .
  18. 设二维随机变量  $(X,Y)$  的分布律为
- |   |                  |     |   |
|---|------------------|-----|---|
|   | $Y \backslash X$ | 0   | 1 |
| 0 | 0.1              | $b$ |   |
| 1 | $a$              | 0.4 |   |
- 且  $P\{Y=1\}=0.6$ , 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ .
19. 设二维随机变量  $(X,Y)$  的概率密度为  $f(x,y)=\begin{cases} 2x, & 0 < x < 1, 0 < y < 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$  则当  $0 < x < 1$  时,  $X$  的概率密度  $f_X(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
  20. 设二维随机变量  $(X,Y)$  服从平面区域  $D=\{(x,y)|0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3\}$  上的均匀分布, 则  $E(XY) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

21. 设总体  $X$  服从 0~1 分布, 即  $P\{X=1\}=p$ ,  $P\{X=0\}=1-p$ , ( $0 < p < 1$ ).

$X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自该总体的样本, 令  $Y=X_1+X_2+\dots+X_n$ , 则  $P\{Y=n\}=\underline{\hspace{2cm}}$ .

22. 某理财产品每月的收益率  $X$  服从正态分布  $N(\mu, 0.2)$ , 现随机抽取 5 个月的收益率分别为  $-0.2, 0.1, 0.8, -0.6, 0.9$ , 则  $\mu$  的置信度为 0.95 的置信区间为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .  
(附:  $\Phi(1.96)=0.975$ )

23. 设  $H_0$  是假设检验的原假设, 显著性水平为 0.05, 则  $P\{\text{拒绝 } H_0 | H_0 \text{ 成立}\}=\underline{\hspace{2cm}}$ .

24. 设总体  $X \sim N(\mu, 4)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_{16}$  为来自  $X$  的样本,  $\bar{X}$  为样本均值, 则检验假设

$H_0: \mu = \mu_0; H_1: \mu \neq \mu_0$  应采用的统计量表达式为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

25. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 其中  $\sigma^2$  未知,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自  $X$  的样本,  $\bar{X}$  为样本均值,  $S$  为样本标准差, 检验假设  $H_0: \mu = \mu_0; H_1: \mu \neq \mu_0$ , 已知在  $H_0$  成立的条件下,

$$\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t(19), \text{ 则 } n = \underline{\hspace{2cm}}.$$

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 某在线支付设置的支付密码共有 6 位数字, 每位数字都可从 0~9 中任选一个. 某客户一次购物进行在线支付时, 忘记了密码的最后一位数字.

求: (1) 任意选择最后一位数字, 不超过 2 次就选正确的概率;

(2) 如果该客户记得密码的最后一位是奇数, 不超过 2 次选正确的概率.

27. 设总体  $X$  的概率密度为  $f(x)=\begin{cases} \theta, & 0 < x < 1, \\ 1-\theta, & 1 \leq x < 2, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$  其中  $\theta$  为未知参数 ( $0 < \theta < 1$ ),

$X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自该总体的样本, 记  $N$  为样本在区间 (0,1) 内的个数 ( $0 < N < n$ ),

其余的样本均在区间 [1,2] 中.

求: (1)  $\theta$  的矩估计  $\hat{\theta}_1$ ; (2)  $\theta$  的极大似然估计  $\hat{\theta}_2$ .

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的分布律为

	$X$	-1	2	3
-1		0.1	0.2	0.1
2		0.2	0.2	0.2

且  $Z = |X + Y|$ .

求：(1)  $(X, Y)$  关于  $Y$  的边缘分布律；(2)  $Z$  的分布律；(3)  $P\{Y \leq 2 | X = 2\}$ .

29. 设随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{1}{8}x^3, & 0 \leq x < 2, \\ 1, & x \geq 2, \end{cases}$

又  $Y = 2X - 1$ .

求：(1)  $E(X), E(X^2)$ ；(2)  $D(X), D(Y)$ ；(3)  $\rho_{xy}$ ；(4)  $\text{Cov}(X, Y)$ .

五、应用题：10 分。

30. 某制药厂广告宣称某种药品的疾病治愈率为 80%，药品主管部门随机抽查了 100 名服用此药的疾病患者，如果其中有超过 75% 的患者治愈就认为该广告宣称是真实的，否则为虚假广告。

求：(1) 若此药的实际治愈率为 75%，不接受这一广告宣称的概率  $p_1$ ；

(2) 若此药的治愈率确为 80%，接受这一广告宣称的概率  $p_2$ .

(附： $\Phi(1.25) = 0.8944$ )