二〇〇一年下半年全国高等教育自学考试概率论与数理统计（二）试卷

复核总分	
复核人	

二〇〇一年上半年全国高等教育自学考试
概率论与数理统计(二)试卷

总 分		题 号	一	二	三	四	五
		题 分	20	30	16	24	10
合分人		得 分					

第一部分 选择题 (共 20 分)

得分	评卷人	复查人

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）在每小题列出的四个选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填在题后的括号内。错选或未选均无分。

1. 设随机变量 X 的取值范围是$[-1,1]$，以下函数中可以作为 X 的概率密度的是 【 】

A. $\begin{cases}\frac{1}{2}, & -1<x<1;\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$　　B. $\begin{cases}2, & -1<x<1;\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

C. $\begin{cases}x, & -1<x<1;\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x^2, & -1<x<1;\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

2. 设正态随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-(x-1)^2}{8}}(-\infty<x<\infty)$，则 $D(X)=$ 【 】

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 8

3. 某人射击三次，以 A_i 表示事件“第 i 次击中目标”($i=1,2,3$)，则事件“至多击中目标一次”的正确表达式为 【 】

A. $A_1\cup A_2\cup A_3$　　B. $\overline{A_1}\,\overline{A_2}\cup\overline{A_2}\,\overline{A_3}\cup\overline{A_1}\,\overline{A_3}$

C. $A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3}\cup\overline{A_1}A_2\overline{A_3}\cup\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3$　　D. $\overline{A_1\cup A_2\cup A_3}$

4. 设二维随机向量(X,Y)的联合分布函数为 $F(x,y)$，则(X,Y)关于 Y 的边缘分布函数 $F_Y(y)=$ 【 】

A. $F(x,+\infty)$　　B. $F(x,-\infty)$　　C. $F(-\infty,y)$　　D. $F(+\infty,y)$

5. 设随机变量 $\chi^2 \sim \chi^2(n)$，则 $\chi^2(n)$ 分布的上侧 α 分位数 $\chi^2_\alpha(n)(0<\alpha<1)$ 的概率意义是 【 】

A. $P\{\chi^2 \leqslant \chi^2_\alpha(n)\} = \alpha$　　B. $P\{|\chi^2| \leqslant \chi^2_\alpha(n)\} = \frac{\alpha}{2}$

C. $P\{|\chi^2| > \chi^2_\alpha(n)\} = \frac{\alpha}{2}$　　D. $P\{\chi^2 > \chi^2_\alpha(n)\} = \alpha$

6. 设 $P(A)>0, P(B)>0$，则由 A, B 相互独立不能推出 【 】

A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$　　B. $P(A|B) = P(A)$

C. $P(\overline{B}|\overline{A}) = P(\overline{B})$　　D. $P(A\overline{B}) = P(A)P(\overline{B})$

7. 设二维随机向量 $(X, Y) \sim N(0,0,1,1,0)$，$\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，则下列结论中错误的是 【 】

A. X 与 Y 都服从 $N(0,1)$ 分布　　B. X 与 Y 相互独立

C. $\mathrm{Cov}(X, Y) = 1$　　D. (X, Y) 的联合分布函数是 $\Phi(x) \cdot \Phi(y)$

8. 设二维随机向量 (X, Y) 的联合分布函数为 $F(x, y)$，其联合分布列为

X \ Y	0	1	2
-1	0.2	0	0.1
0	0	0.4	0
1	0.1	0	0.2

则 $F(0,1) =$ 【 】

A. 0.2　　B. 0.4　　C. 0.6　　D. 0.8

9. 设随机变量序列 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 相互独立，且 $X_i(i=1,2,\cdots,n,\cdots)$ 都服从参数为 $\frac{1}{2}$ 的指数分布，则当 n 充分大时，随机变量 $Y_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ 的概率分布近似服从 【 】

A. $N(2,4)$　　B. $N(2, \frac{4}{n})$

C. $N(\frac{1}{2}, \frac{1}{4n})$　　D. $N(2n, 4n)$

10. 设样本 X_1，X_2，X_3，X_4 取自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$，其中 σ 已知，且 $\sigma>0$，μ 为未知参数，则下列四个样本的函数中不是统计量的为 【 】

A. $\max_{1\leqslant i\leqslant 4} X_i - \min_{1\leqslant i\leqslant 4} X_i$　　B. $\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}(X_i - \mu)$

C. $\sum_{i=1}^{4} X_i^2/\sigma^2$　　D. $\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{4} X_i^2 - \frac{1}{12}(\sum_{i=1}^{4} X_i)^2$

第二部分 非选择题 （共 80 分）

得分	评卷人	复查人

二、填空题（本大题共 15 空，每空 2 分，共 30 分）

不写解答过程，将正确的答案写在每小题的空格内。错填或不填均无分。

11. 从 1,2,…,10 这十个自然数中，任取三个数，则这三个数中最大的为 3 的概率是____________.

12. 某厂产品的次品率为 5%，而正品中有 80% 为一等品。如果从该厂的产品中任取 1 件来检验，则检验结果是一等品的概率为____________.

13. 在一次考试中，某班学生数学和外语的及格率都是 0.7，且这两门课是否及格相互独立，现从该班中任选一名学生，则该生的数学和外语中只有一门课及格的概率为____________.

14. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0, & x<a;\\ 0.4, & a\leqslant x<b;\\ 1, & x\geqslant b,\end{cases}$ 其中 $0<a<b$，

则 $P\left\{\frac{a}{2}<X<b\right\}=$____________.

15. 某射手的命中率为 $\frac{2}{3}$，他独立地向目标射击 4 次，则至少命中一次的概率为____________.

16. 设随机变量 X 服从参数为 $\lambda(\lambda>0)$ 的泊松分布，且 $P\{X=0\}=\frac{1}{2}P\{X=2\}$，则 $\lambda=$____________.

17. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2a}, & -a<x<a;\\ 0, & \text{其它},\end{cases}$$

其中 $a>0$，要使 $P\{X>1\}=\frac{1}{3}$，则 $a=$____________.

18. 设二维随机向量 (X, Y) 的联合分布函数为

$$F(x,y)=\begin{cases}(1-e^{-3x})(1-e^{-4y}), & x>0,\ y>0;\\ 0, & \text{其它},\end{cases}$$

则当 $x>0$ 时，(X,Y) 关于 X 的边缘概率密度 $f_X(x)=$____________.

19. 设二维随机向量 (X, Y) 服从区域 D 上的均匀分布，其中区域 D 是由直线 $y=x$，$x=1$ 和 x 轴所围成的三角形区域，则当 $(x,y)\in D$ 时，(X, Y) 的联合概率密度 $f(x,y)=$____________.

20. 设二维随机向量（X，Y）的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} cx, & 0\leqslant x\leqslant 2, 0\leqslant y\leqslant 2; \\ 0, & 其它, \end{cases}$$

则系数 $c=$__________.

21. 设二维随机向量(X,Y)的联合分布列为

$Y \backslash X$	1	2	3
-1	$\frac{2}{9}$	$\frac{a}{6}$	$\frac{1}{4}$
0	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{4}$	a^2

则常数 $a=$__________.

22. 设 X 为随机变量，且 $E(X)=2$，$D(X)=4$，则 $E(X^2)=$__________.

23. 已知随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0; \\ \frac{x}{4}, & 0\leqslant x<4; \\ 1, & x\geqslant 4, \end{cases}$$

则 $E(X)=$__________.

24. 设随机变量 $X\sim B(100,0.2)$，应用中心极限定理可得 $P\{X\geqslant 30\}\approx$__________.（已知 $\Phi(2.5)=0.9938$）

25. 设样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 取自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)(\sigma>0)$，则 $\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim$__________.

得分	评卷人	复查人

三、计算题（每小题 8 分，共 16 分）

26. 由统计资料知某地区需进行化验的病人中患 A 种病者占 35%，患 B 种病者占 60%，患 C 种病者占 5%，又知患 A、B、C 三种病的病人化验结果为阳性的可能性分别为 80%、30% 和 85%．假定每个病人只可能患其中的一种病。现有某位病人的化验结果为阳性，试求该病人确实患 A 种病的概率。

27. 设总体 X 的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\theta x^{\theta-1}, & 0<x<1;\\ 0, & 其它,\end{cases}$$

其中 $\theta>0$ 为未知参数，X_1，X_2，…，X_n 为来自总体 X 的样本，求 θ 的矩估计。

得分	评卷人	复查人

四、综合题（每小题 12 分，共 24 分）

28. 袋中有 2 个白球，3 个红球，今从袋中随机地取出 2 个球，以 X 表示取到的红球个数。求：(1) X 的分布列；(2) $E(X)$.

29. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}2e^{-2x}, & x>0;\\ 0, & x\leqslant 0.\end{cases}$$

(1) 求 $E(X)$，$D(X)$；

(2) 令 $Y=\dfrac{X-E(X)}{\sqrt{D(X)}}$，求 Y 的概率密度 $f_Y(y)$.

得分	评卷人	复查人

五、应用题（10 分）

30. 用传统工艺加工的某种水果罐头中，每瓶的平均维生素 C 的含量为 19(单位：mg). 现改变了加工工艺，抽查了 16 瓶罐头，测得维生素 C 的含量的平均值 $\bar{x}=20.8$，样本标准差 $s=1.617$. 假定水果罐头中维生素 C 的含量服从正态分布。问在使用新工艺后，维生素 C 的含量是否有显著变化(显著水平 $\alpha=0.01$)?

($t_{0.005}(15)=2.9467$，$t_{0.005}(16)=2.9208$)

2001 年（上）概率论与数理统计（二）试卷答案

二〇〇一年上半年全国高等教育自学考试

概率论与数理统计(二)试卷参考答案及评分标准

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

1. A	2. C	3. B	4. D	5. D
6. A	7. C	8. C	9. B	10. B

二、填空题（本大题共 15 空，每空 2 分，共 30 分）

11. 0.008（或 $1/C_{10}^3$）	12. 0.76	13. 0.42
14. 0.4	15. $1-\left(\frac{1}{3}\right)^4$ 或 $\frac{80}{81}$	16. 2
17. 3	18. $3e^{-3x}$	19. 2.
20. $\frac{1}{4}$	21. $\frac{1}{3}$	22. 8
23. 2	24. 0.0062	25. $N(0,1)$

三、计算题（每小题 8 分，共 16 分）

26. 解：设 D 表示事件“化验结果为阳性”，A、B、C 分别表示病人患 A、B、C 三种病的事件。由题设知 A、B、C 为完备事件组，则由全概率公式知

$$P(D)=P(A)P(D|A)+P(B)P(D|B)+P(C)P(D|C)$$
$$=0.35\times0.8+0.6\times0.3+0.05\times0.85$$
$$=0.5025,$$ …………4 分

再由贝叶斯公式求得

$$P(A|D)=\frac{0.35\times0.8}{0.5025}\approx0.5572.$$ …………8 分

27. 解：由 $v_1=E(X)=\int_0^1 xf(x;\theta)dx=\frac{\theta}{\theta+1}$，得方程 …………4 分

$\hat{v}_1=\frac{\hat{\theta}}{\hat{\theta}+1}$，即 $\overline{X}=\frac{\hat{\theta}}{\hat{\theta}+1}$， …………6 分

故 θ 的矩估计 $\hat{\theta}=\frac{\overline{X}}{1-\overline{X}}$. …………8 分

28. 解：由 $P\{X=0\}=C_2^2/C_5^2=\frac{1}{10}$， …………2 分

$P\{X=1\}=C_2^1C_3^1/C_5^2=\frac{3}{5}$， …………4 分

$P\{X=2\}=C_3^2/C_5^2=\frac{3}{10}$，

或 $P\{X=2\}=1-\frac{1}{10}-\frac{3}{5}=\frac{3}{10}$， …………6 分

得 X 的分布列为

X	0	1	2
p	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

，　　…………8 分

则 $E(X)=0\times\frac{1}{10}+1\times\frac{3}{5}+2\times\frac{3}{10}$　　…………11 分

$=\frac{6}{5}$.　　…………12 分

四、综合题（每小题 12 分，共 24 分）

29. 解：(1)解法一：

$E(X)=\int_0^{+\infty} x\cdot 2e^{-2x}dx=\frac{1}{2}$，　　…………2 分

$E(X^2)=\int_0^{+\infty} x^2\cdot 2e^{-2x}dx=\frac{1}{2}$，　　…………4 分

则 $D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=\frac{1}{4}$；　　…………6 分

解法二：

因 X 服从参数为 2 的指数分布，　　…………2 分

从而 $E(X)=\frac{1}{2}$，　　…………4 分

$D(X)=\frac{1}{4}$；　　…………6 分

(2) $Y=\dfrac{X-E(X)}{\sqrt{D(X)}}$ 即 $Y=2X-1$，

由于 $y=2x-1$ 是单调函数，

反函数为 $x=\frac{y+1}{2}$，　　…………7 分

所以 $f_Y(y)=f_X(x(y))\cdot|x'(y)|$　　…………10 分

$$=\begin{cases} e^{-(y+1)}, & \frac{y+1}{2}>0\ ; \\ 0, & \frac{y+1}{2}\leqslant 0\ , \end{cases}$$　　…………12 分

即 $f_Y(y)=\begin{cases} e^{-(y+1)}, & y>-1; \\ 0, & y\leqslant -1. \end{cases}$

注：不写“$y>-1$”及“$y\leqslant -1$ 时，$f_Y(y)=0$”者均不扣分。

五、应用题（10 分）

30. 解：应检验：$H_0:\mu=19 \leftrightarrow H_1:\mu\neq 19$，　　…………2 分

拒绝域：$|t|>t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$，其中 $t=\frac{\bar{x}-19}{s}\sqrt{n}$.　　…………5 分

计算得 $|t|\approx 4.45$，而 $t_{0.005}(15)=2.9467$，　　…………8 分

因为 $4.45>2.9467$，故拒绝 H_0，即认为新工艺下维生素 C 的含量有显著变化。　　…………10 分